

DISPENSE DEL CORSO

FISICA TECNICA 1

(CCS Ing.Meccanica – La Spezia)

Prof. Annalisa MARCHITTO

Prof. Giovanni TANDA

Anno Accademico 2006-07

Settembre 2006

CAPITOLO 1. TERMOMETRIA

La termodinamica presuppone, rispetto alla meccanica, la definizione di una nuova grandezza fisica denominata temperatura. Empiricamente questa grandezza è legata alla sensazione di caldo e di freddo indotta dal contatto con il corpo in oggetto. Mediante questo metodo soggettivo è possibile però stabilire soltanto tra due corpi quale sia il più caldo e quale il più freddo, e ciò in un campo limitato di temperature. Un metodo di determinazione più oggettivo può fare ricorso ad un *termoscopio*, ovvero un tubo capillare contenente un liquido che si dilata (o contrae) al contatto con il misurando. Per definire quantitativamente la temperatura, occorre tarare il termoscopio (ovvero trasformarlo in un termometro). Ad esempio si può immergere il termoscopio nel ghiaccio fondente, marcando il livello indicato dal liquido nel capillare e successivamente nei vapori dell'acqua bollente (alla pressione di 101325 Pa, ovvero 1.013 bar), ripetendo l'operazione precedente. La distanza tra le due tacche potrà essere suddivisa in 100 intervalli equidistanti (*gradi centigradi*), assegnando il valore 0 alla tacca inferiore (h_g) e 100 alla tacca superiore (h_v). La scala potrà essere estrapolata al di fuori dell'intervallo 0-100. Per misurare la temperatura di un corpo, si mette il termometro in "contatto termico" con il corpo e si guarda, atteso un certo tempo (per consentire il raggiungimento dell'equilibrio termico tra corpo e termometro) a quale altezza h_x si porta il liquido. La temperatura t_x del corpo risulterà:

$$t_x = 100 (h_x - h_g) / (h_v - h_g), \text{ } ^\circ\text{C}$$

L'altezza di un liquido che si dilata o contrae non è l'unica proprietà di un corpo funzione della temperatura. Efficienti termometri possono essere realizzati utilizzando la resistenza elettrica di un filo conduttore, il volume di un gas a pressione costante, la pressione di un gas a volume costante, etc.

La temperatura può anche essere definita senza ricorrere a due valori di riferimento, ma soltanto ad uno. Ad esempio, se X è il valore della proprietà scelta per misurare la temperatura, si ha:

$$T_x = a X$$

Ove a è una costante arbitraria, il cui valore può essere fissato ricorrendo ad un'unica temperatura di riferimento. Si è convenuto di fissare $a=273.16/X_0$ in corrispondenza del punto triplo dell'acqua (0.01°C), in cui si avrà $X=X_0$. La temperatura del punto triplo nella nuova scala (Kelvin) sarà quindi $T_0 = 273.16$ K. Si avrà pertanto:

$$T_x = 273.16 (X/X_0)$$

Il valore di 273.16 fa coincidere l'intervallo tra due temperature espresso in $^\circ\text{C}$ all'intervallo tra le medesime temperature in K. In particolare si avrà:

$$T (\text{K}) = t (^\circ\text{C}) + 273.15$$

La temperatura T_x precedentemente definita prende il nome di *temperatura assoluta*.

Per determinare T_x si può utilizzare un gas all'interno di un'ampolla (e quindi a volume costante). Si avrà in tal caso:

$$T_p = 273.16 (p/p_0)$$

ove p e p_0 sono le pressioni del gas alla temperatura T_p che si vuole misurare e alla temperatura del punto triplo. Se p_0 è molto piccolo (ovvero il gas nell'ampolla è molto rarefatto), il rapporto p/p_0 non dipende dalla natura chimica del gas.

CAPITOLO 2. SISTEMI TERMODINAMICI

Un *sistema termodinamico* è costituito da una quantità costante di materia oppure da una porzione di spazio delimitato dall'esterno per mezzo di confini reali o ideali (volume di controllo). Un sistema *chiuso* non consente scambi di massa con l'esterno (figura 2.1a). Un sistema *aperto* permette il deflusso di massa attraverso una o più sezioni di passaggio (figura 2.1b). Il sistema, chiuso o aperto, può avere “*interazioni*” con l'esterno. Con questo termine si intendono scambi di calore e/o lavoro. Un sistema che non ha scambi di calore e lavoro viene detto isolato.

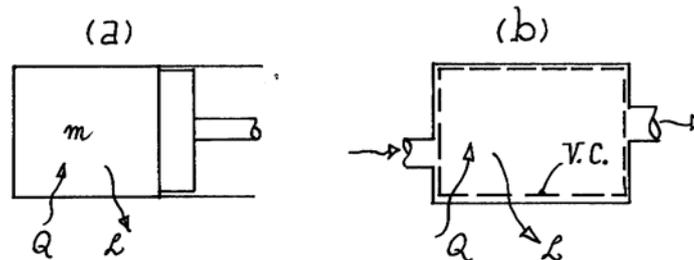


Figura 2.1

La definizione di un certo numero di grandezze identifica lo *stato termodinamico* di un sistema in equilibrio meccanico, termico e chimico (in condizioni diverse dall'equilibrio, queste grandezze non sono uniformi all'interno del sistema e sono difficilmente definibili). Le grandezze che definiscono lo stato di un sistema possono essere *intensive*, quando non dipendono dalla massa del sistema (ad esempio pressione, temperatura e volume specifico) oppure *estensive*, quando sono proporzionali alla massa (ad esempio il volume). Come si vedrà, calore e lavoro non sono grandezze di stato. In generale, per una data sostanza le grandezze (o funzioni) di stato non sono indipendenti tra loro. Per stabilire il numero di grandezze necessarie e sufficienti a definire lo stato termodinamico di un sistema si ricorre alla *regola delle fasi*: il numero N di grandezze indipendenti è dato da:

$$N = 2 + n - f$$

ove n è il numero di componenti indipendenti e f è il numero delle fasi indipendenti.

Ad esempio, in un gas o in un liquido (sostanze monofasi per cui $f=1$) di una sostanza ad un componente ($n=1$) come l'aria o l'acqua, si ottiene $N=2$. Precisando pertanto pressione e temperatura verrà definito univocamente lo stato termodinamico della sostanza, mentre le altre grandezze di stato potranno essere dedotte dalla conoscenza di pressione e temperatura (ad esempio il volume specifico v lo si ottiene attraverso l'equazione di stato della sostanza, come si vedrà in seguito). Nel caso di una miscela di acqua e zucchero, $n=2$, $f=1$ (ogni componente è presente in una sola fase) e $N=3$, ovvero lo stato è definito, ad esempio da pressione temperatura e concentrazione (massa di zucchero nell'unità di massa d'acqua). Nel caso di un liquido in equilibrio col suo vapore, si ha $n=1$ e $f=2$ da cui deriva $N=1$; in tale caso la pressione non è indipendente dalla temperatura; tuttavia, per definire lo stato termodinamico occorrerà conoscere anche il rapporto tra la massa di una fase rapportata alla massa totale (titolo) non conteggiata nella regola delle fasi.

Si è detto che un sistema termodinamico può interagire con l'esterno mediante scambi di calore e lavoro. A seguito di queste interazioni il sistema si “*trasforma*”. Le trasformazioni “*lente*” sono dette quasi statiche, esse sono caratterizzate da graduali variazioni delle proprietà di stato (che si mantengono uniformi nel sistema) e possono essere percorse nei due sensi, ovvero sono *reversibili*. Le trasformazioni reali non sono quasi mai reversibili. Un tipico esempio di trasformazione irreversibile è una trasformazione spontanea (ad esempio il deflusso d'aria da un palloncino che si sgonfia).

CAPITOLO 3. CALORE E LAVORO

Si è parlato di interazioni di tipo *calore* e *lavoro*. Per chiarire il concetto di calore, si può ricorrere ad un dispositivo chiamato calorimetro di Bunsen, costituito da un recipiente a pareti adiabatiche (che non permettono lo scambio di calore) riempito da ghiaccio ed acqua in equilibrio. All'interno del calorimetro è collocata una provetta a pareti conduttrici. Se nella provetta è collocato un corpo a temperatura maggiore di 0°C, parte del ghiaccio si scioglierà ed il livello di acqua e ghiaccio nel calorimetro scenderà leggermente (poiché il ghiaccio occupa un volume maggiore dell'acqua). La differenza di livello è proporzionale alla quantità di calore ceduta dal corpo al calorimetro. Prima dell'avvento del Sistema Internazionale di Misura, la quantità di calore veniva misurata con la kcal (kilocaloria) definita come la quantità di calore ceduta da 1 kg d'acqua per diminuire di 1°C la propria temperatura (precisamente nel passare da 15.5 a 14.5°C).

Si consideri ora un cilindro contenente un gas ed un pistone in grado di muoversi all'interno del cilindro. Se p indica la pressione che dall'esterno agisce sul pistone di sezione A , la forza $F=p \cdot A$ che agisce sul pistone provoca uno spostamento dh dello stesso ed una variazione dV del volume totale del gas. Il lavoro elementare scambiato sarà dato da:

$$dL^* = p A dh = p dV$$

e dividendo per la massa m del gas

$$dL = p dv$$

che rappresenta l'espressione del lavoro meccanico durante una trasformazione infinitesima. Occorrerà aggiungere che tale espressione vale a rigore per trasformazioni quasi-statiche, per le quali il sistema (gas nel cilindro) vede cambiare le proprie funzioni di stato in maniera lenta ed in modo uniforme.

Le interazioni calore e lavoro, come detto in precedenza, *non sono funzioni di stato* (non ha senso parlare di calore o lavoro posseduto dai corpi, al contrario di temperatura e pressione, ad esempio) ed il loro valore dipende dalla modalità della trasformazione termodinamica. Una funzione (o proprietà) di stato $F(x,y)$ può essere espressa, in forma differenziale, nel seguente modo:

$$dF = (\partial F / \partial x)_y dx + (\partial F / \partial y)_x dy$$

dF rappresenta il *differenziale esatto* della funzione F qui dipendente dalle variabili x e y . Affinché sia dichiarato esatto occorre che le derivate parziali di F rispetto ad x e y siano definite in un dominio semplicemente connesso, siano funzioni continue e derivabili e che soddisfino la relazione:

$$\partial[(\partial F / \partial y)_x / \partial x]_y = \partial[(\partial F / \partial x)_y / \partial y]_x$$

Se il differenziale di una funzione F è esatto, allora l'integrale di dF tra due punti qualsiasi (x_1, y_1) e (x_2, y_2) dipende solo dagli estremi. Poiché gli scambi di calore e lavoro, dipendono non solo dagli estremi degli stati termodinamici ma anche dalla modalità della trasformazione, allora i differenziali dQ e dL non sono esatti (e a tal fine andrebbero indicati come δQ e δL).

Nella termodinamica agli scambi di calore e lavoro vengono assegnati dei segni convenzionali. In particolare, viene assunto positivo il calore scambiato dall'esterno verso il sistema e negativo il calore rilasciato dal sistema verso l'esterno; viceversa, è dichiarato positivo il lavoro fatto dal sistema sull'esterno e negativo il lavoro scambiato in direzione esterno-sistema.

Esercizio 3.1:

Descrivere alcuni esempi di trasformazioni, reversibili e irreversibili, accompagnate da interazioni con l'esterno (scambio di calore e/o scambio di lavoro).

(a) Se si scalda una massa d'acqua contenuta in una pentola, ponendola in successione su fornelli isotermi caratterizzati da temperature sempre crescenti da $T=T_1$ sino a $T=T_2$ (procedendo per piccoli salti di temperatura ΔT , come rappresentato in figura 3.1a), la trasformazione 1-2

corrispondente sarà quasi-statica e potrà essere tracciata sul piano p - T come un segmento rettilineo; poiché le variazioni di volume dell'acqua nella fase di riscaldamento sono modeste, si concretizza solo uno scambio di calore (e non di lavoro) con l'esterno. Nel caso irreversibile si pone la pentola su un fornello a gas e la si riscalda: la trasformazione reale conseguente non può essere tracciata in maniera continua sui piani termodinamici.

(b) Se sul pistone mobile di un cilindro contenente un gas (e collocato su un termostato, ovvero un sistema a temperatura costante) vengono posti in lenta successione dei pesi in modo da esercitare una pressione sempre maggiore sul gas (figura 3.1b), la trasformazione conseguente $1'-2'$ è quasi statica (con scambio di lavoro) e può essere tracciata da un tratto inclinato (e continuo) sul piano p - v ; per adeguarsi alla temperatura T del termostato, il gas è soggetto ad uno scambio di calore col termostato. Se la compressione non è graduale ma brusca, la trasformazione è tipicamente irreversibile e non può essere tracciata mediante una linea continua sui piani termodinamici.

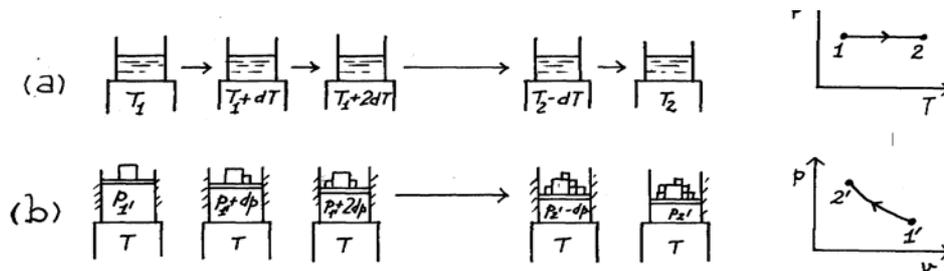


Figura 3.1

Le trasformazioni, come già detto, sono dovute alle interazioni tra il sistema e l'esterno e sono accompagnate da variazioni delle proprietà di stato. Se lo stato finale coincide con lo stato iniziale, si è in presenza di una trasformazione *chiusa* o *ciclica*, diversamente la trasformazione è detta *aperta*. Empiricamente si è constatato che in una trasformazione ciclica, il calore ed il lavoro scambiati dal sistema che esegue il ciclo con l'esterno soddisfano la relazione

$$JQ - L = 0$$

Avendo considerato Q ed L con i segni attribuiti dalla convenzione. La relazione precedente prende il nome di *enunciato di Mejer* e può essere descritta facendo riferimento alla seguente esperienza: in una provetta contenente acqua è immerso un mulinello girevole attorno ad un asse (figura 3.2); il mulinello è posto in rotazione trasferendo del lavoro L (in quantità nota e misurabile) dall'esterno al sistema (costituito dall'acqua nella provetta); ponendo la provetta in un calorimetro, si osserva che l'acqua cede una quantità di calore Q al calorimetro proporzionale al lavoro ricevuto. La costante J di proporzionalità è pari a $L/Q=4186$ J/kcal. L'equivalenza di Mejer consente di esprimere calore e lavoro nelle medesime unità di misura (J). In tal caso si può scrivere:

$$Q - L = 0$$

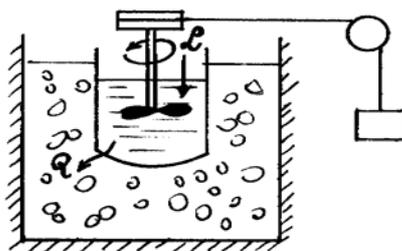


Figura 3.2

CAPITOLO 4. PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

4.1 Primo principio per sistemi chiusi

Si consideri un sistema chiuso, costituito da un gas contenuto in un cilindro con pistone (v. esempio di figura 2.1 a). Si supponga di trasferire del calore dall'esterno al sistema: sperimentalmente si osserva una espansione del gas con conseguente spostamento del pistone e quindi con una quantità di lavoro fatto sull'esterno. Lo stato finale 2 non coincide con lo stato iniziale 1; per riportare il sistema nello stato 1 occorre ancora procedere con scambi di calore e/o lavoro con l'esterno. L'esperienza dimostra che, in qualunque trasformazione ciclica effettuata sul sistema, la somma algebrica degli scambi di calore eguaglia la somma algebrica degli scambi di lavoro, ovvero

$$(\sum Q^* - \sum L^*)_{\text{ciclo}} = 0$$

oppure

$$\int (dQ^* - dL^*)_{\text{tr.chiusa}} = 0$$

Da un punto di vista matematico, se l'integrale di una funzione lungo una linea chiusa è nullo, allora la funzione integranda è un differenziale esatto (infatti la differenza tra i valori estremi della funzione è pari a zero). Se si indica

$$dE = dQ^* - dL^*$$

allora dE rappresenta un differenziale esatto ed E una nuova funzione di stato chiamata *energia* del sistema. Con riferimento all'unità di massa, l'energia "specificata" e ($=E/m$) sarà espressa, in forma differenziale, da:

$$de = dQ - dL$$

L'energia posseduta dal sistema può essere associata alla sua posizione (potenziale) o al suo moto (cinetica) o al suo stato termodinamico (energia interna termodinamica, u). Escludendo i termini potenziali e cinetici (ovvero per sistemi a baricentro fermo), si ha:

$$du = dQ - dL$$

ove i vari termini sono riferiti all'unità di massa (e pertanto espressi in J/kg o kJ/kg).

Le relazioni

$$\int (dQ - dL)_{\text{tr.chiusa}} = 0$$

$$dQ - dL = de \quad (\text{o } du) \quad (\text{in termini infinitesimi})$$

$$Q - L = \Delta e = e_2 - e_1 \quad (\text{in termini finiti})$$

sono le espressioni matematiche del *I principio della termodinamica*.

Esercizio 4.1:

valutare (a) lo scambio di lavoro in una trasformazione senza scambio di calore (adiabatica) e (b) lo scambio di calore in una trasformazione senza scambio di lavoro.

(a) In una trasformazione adiabatica, $Q=0$ e quindi il lavoro è espresso dalla variazione di energia interna col segno cambiato ($L=-\Delta u$). (b) In una trasformazione senza scambio di lavoro, si ottiene invece che la differenza di energia interna corrisponde allo scambio di calore ($Q=\Delta u$). Le precedenti considerazioni si applicano a trasformazioni anche non reversibili.

4.2 Primo principio per sistemi aperti

Si consideri ora un sistema aperto, delimitato da un volume di controllo (V.C.), come raffigurato in figura 4.1. Si ammetta l'esistenza di una sezione di entrata e di una sezione di uscita per il deflusso del fluido. Si assumano le proprietà termodinamiche e cinetiche uniformemente distribuite lungo le sezioni di ingresso/uscita (ipotesi monodimensionale).

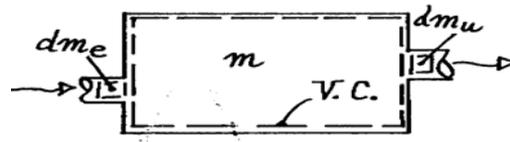


Figura 4.1

Se con dm_e si indica la porzione elementare di massa entrante nel tempo infinitesimo $d\tau$ e con dm_u la massa elementare uscente nel medesimo intervallo di tempo, allora la legge di conservazione della massa imporrà che:

(massa nel V.C. all'istante τ) = (massa nel V.C. all'istante $\tau+d\tau$)

e cioè

$$m(\tau) + dm_e = m(\tau+d\tau) + dm_u$$

ovvero, dopo semplici passaggi

$$dm/d\tau = m'_e - m'_u$$

ove $m = \int_V \rho dV$, (con $\rho = 1/v$, densità o massa volumica del sistema) è la massa contenuta nel volume di controllo ad un determinato istante di tempo, mentre m'_e ed m'_u rappresentano le portate massiche in entrata ed in uscita.

La massa elementare entrante dm_e (nel tempo $d\tau$) è pari a $\rho_e dV_e$, ove dV_e ne rappresenta il volume elementare, esprimibile come il prodotto tra la sezione di passaggio A_e e la dimensione dh_e del pacchetto fluido. La portata m'_e risulterà quindi esprimibile come

$$m'_e = dm_e/d\tau = \rho_e A_e (dh_e/d\tau) = \rho_e A_e w_e$$

e analogamente

$$m'_u = \rho_u A_u w_u$$

Nel caso di regime stazionario (proprietà che non variano nel tempo), si ha $m' = \text{cost.}$, ovvero la portata massica entrante eguaglia la portata massica uscente. In queste circostanze, dalla costanza della portata deriva l'equazione di CONTINUITA' della portata:

$$\rho_e A_e w_e = \rho_u A_u w_u$$

da cui

$$d(\rho A w) = 0$$

ovvero

$$d(Aw/v) = 0$$

ove w è la velocità del fluido, ortogonale alla sezione di passaggio di area A .

Si supponga ora che il V.C. sia interessato da interazioni con l'esterno. Si indichino con Q^* e con L^* gli scambi complessivi di calore e lavoro. In regime stazionario, la portata entrante m' vedrà modificare il proprio stato termodinamico dalle condizioni 1 (in entrata) alle condizioni 2 (in

uscita). Precisamente, per effetto del I principio, per la massa m , transitata attraverso il V.C. nell'intervallo temporale $\Delta\tau$, varrà la seguente relazione:

$$Q^* - L^* = \Delta E$$

ovvero

$$Q - L = \Delta e$$

in relazione all'unità di massa ($e = E / m$).

Indicando con e_1 l'energia in entrata e con e_2 l'energia in uscita, si avrà

$$e_1 = (1/2)w_1^2 + g z_1 + u_1$$

$$e_2 = (1/2)w_2^2 + g z_2 + u_2$$

(in presenza di un deflusso di massa non si potranno trascurare i termini energetici "macroscopici", associati alla posizione z e alla velocità w).

Per sostituzione, si ottiene:

$$Q - L = (1/2)(w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1) + (u_2 - u_1)$$

Si conviene a questo punto scindere il lavoro "totale" L scambiato tra le sezioni 1 e 2 in due termini: il lavoro "*esterno netto*" L_e , scambiato attraverso i confini del V.C. impermeabili al passaggio di massa ed il lavoro "*di pulsione*" L_p , connesso al deflusso della massa attraverso le sezioni di ingresso ed uscita:

$$L = L_e + L_p$$

Il lavoro di pulsione è l'azione dinamica risultante tra il lavoro fatto dall'esterno sul sistema per convogliare nel V.C. la massa entrante ed il lavoro fatto dal sistema sull'esterno che accompagna la massa uscente. Come tale, il lavoro di pulsione non può essere utilizzato concretamente nei sistemi ingegneristici. Si valuti ora l'ammontare di tale lavoro di pulsione: l'azione dinamica associata alla massa dm_e entrante sarà pari a $(p_e \times A_e)$, ove A_e è l'area della sezione d'ingresso; all'azione dinamica $p_e \times A_e$, segue uno spostamento della massa elementare dm_e pari a dh_e : il lavoro fatto dall'esterno sul sistema per far entrare la massa dm_e nel volume di controllo sarà quindi dato da $-p_e A_e dh_e$ ovvero da $-p_e dV_e$ (ossia da $p_e v_e$, con v_e pari a dV_e/dm_e). Conseguentemente, il lavoro effettuato dal sistema per far uscire la massa dm_u sarà $p_u v_u$. Il lavoro di pulsione sarà quindi espresso da

$$L_p = p_u v_u - p_e v_e$$

e, in termini differenziali,

$$dL_p = d(pv)$$

Pertanto, il lavoro totale scambiato in una trasformazione elementare di tipo reversibile sarà:

$$dL = pdv$$

e sarà nullo nel caso di confine tra sistema ed esterno INDILATABILE ($dv=0$)

mentre il lavoro esterno netto scambiato in una trasformazione elementare reversibile sarà

$$dL_e = pdv - d(pv) = -vdp$$

Si noti che nel caso reale, non è sufficiente che il sistema (o il volume di controllo) sia indilatabile ($dv=0$), ma occorre anche che sia INDEFORMABILE (ad esempio, la rotazione di un'elica all'interno di un volume di controllo che non si dilata dà luogo ad uno scambio di lavoro tra l'esterno ed il sistema perché quest'ultimo si deforma per effetto del moto dell'elica).

Sostituendo al lavoro totale la somma tra il lavoro esterno netto ed il lavoro di pulsione, il I principio della termodinamica per un volume di controllo (sistemi aperti) in regime stazionario si scriverà nel seguente modo:

$$Q - L_e = (1/2)(w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1)$$

ove le condizioni d'entrata sono qui indicate col pedice 1 e quelle d'uscita con il pedice 2. La funzione

$$h = u + pv$$

si chiama *entalpia* (specifica, in quanto riferita all'unità di massa) del sistema ed è misurata in J/kg o kJ/kg.

Moltiplicando per la massa del sistema, si avrà ovviamente $H = m h$ [J o kJ]. Si noti che, a differenza di quanto ottenuto per un sistema chiuso, gli stati 1 e 2 si riferiscono qui alle due sezioni di ingresso e uscita, mentre in precedenza indicavano due stati termodinamici in successione temporale.

In termini differenziali, si ha:

$$dQ - dL_e = (1/2)dw^2 + gdz + dh$$

Le relazioni precedentemente scritte fanno riferimento all'unità di massa. Moltiplicando ogni termine per la massa defluente in un dato intervallo di tempo (ovvero per la portata m' costante), si ha:

$$q - l_e = (1/2) m' (w_2^2 - w_1^2) + m' g (z_2 - z_1) + m' (h_2 - h_1),$$

ove q ed l_e rappresentano il flusso termico e la potenza meccanica scambiati (espressi in J/s ovvero in W o kW).

4.3 Calore specifico

Se si rapporta la quantità di calore Q^* scambiata da un corpo di data massa m alla riduzione (o aumento) di temperatura conseguente, si ottiene il *calore specifico* $c = (dQ^*/m)/dT = dQ/dT$. Poiché lo scambio di calore elementare dQ^* può avvenire secondo diverse modalità, per definire in maniera univoca c occorre precisare il tipo di trasformazione che accompagna lo scambio termico. Si distinguono di solito due calori specifici, c_v e c_p , rispettivamente a volume costante e a pressione costante:

$$c_v = [(dQ^*/m)/dT]_{v=cost.} = (dQ/dT)_{v=cost.}$$

$$c_p = [(dQ^*/m)/dT]_{p=cost.} = (dQ/dT)_{p=cost.}$$

In una trasformazione reversibile, il calore specifico generico $c = dQ/dT$, misurato in J/kgK (o kJ/kgK), vale:

$$c = (du + pdv) / dT = (dh - pdv - vdp + pdv) / dT = (dh - vdp) / dT$$

e sviluppando i differenziali esatti du (in funzione di dT e dv) e dh (in funzione di dT e dp):

$$du(T,v) = (\partial u / \partial T)_v dT + (\partial u / \partial v)_T dv$$

$$dh(T,p) = (\partial h / \partial T)_p dT + (\partial h / \partial p)_T dp$$

da cui

$$c = (\partial u / \partial T)_v + [(\partial u / \partial v)_T + p](dv/dT) = (\partial h / \partial T)_p + [(\partial h / \partial p)_T - v](dp/dT)$$

Ora, nel caso di trasformazione a $v = \text{cost.}$, si avrà

$$c_v = (\partial u / \partial T)_v$$

mentre per $p = \text{cost.}$ segue che

$$c_p = (\partial h / \partial T)_p$$

Per alcune sostanze (solidi e liquidi) i calori specifici c_v e c_p praticamente coincidono (ovvero c'è una modesta influenza del tipo di trasformazione associata allo scambio di calore) e si possono indicare genericamente con c .

Esercizio 4.2:

In un recipiente a pareti adiabatiche vengono mescolati 0.3 kg di acqua alla temperatura di 20°C con 0.7 kg di acqua alla temperatura di 80°C. Il calore specifico c dell'acqua vale 4.186 kJ/kgK. Qual è la temperatura finale di equilibrio?

Il bilancio termico impone che il calore ceduto dalla massa più calda sia interamente acquisito da quella più fredda. Quindi se t_f è la temperatura finale di equilibrio, con $t_1 = 20^\circ\text{C}$ ($m_1 = 0.3$ kg) e $t_2 = 80^\circ\text{C}$ ($m_2 = 0.7$ kg), si ha:

$$c m_1 (t_f - t_1) = c m_2 (t_2 - t_f)$$

ossia

$$t_f = (m_1 t_1 + m_2 t_2) / (m_1 + m_2) = 62^\circ\text{C}.$$

Si noti che in questo caso la conoscenza del valore di c non è necessaria ai fini della risoluzione del problema.

CAPITOLO 5. SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

5.1 Enunciati del secondo principio

Il *II principio delle termodinamica* può essere formulato in vari modi. Storicamente si ricordano i postulati di Lord Kelvin e Clausius.

Lord Kelvin: “In una trasformazione ciclica è impossibile ottenere, come unico risultato finale, la trasformazione in lavoro del calore sottratto da una sola sorgente a temperatura uniforme” (il concetto di sorgente a temperatura uniforme verrà chiarito nel seguito del corso)

Clausius: “In una trasformazione ciclica è impossibile ottenere, come unico risultato finale, il passaggio di una certa quantità di calore da una sorgente più fredda ad una sorgente più calda” (equivale ad affermare che non si può trasferire spontaneamente del calore da temperature più basse a temperature più alte).

Si noti che il solo I principio non escludeva quelle possibilità esplicitamente negate dal II principio. L'esemplificazione grafica delle macchine impossibili secondo Kelvin e Clausius è schematizzata in figura 5.1.

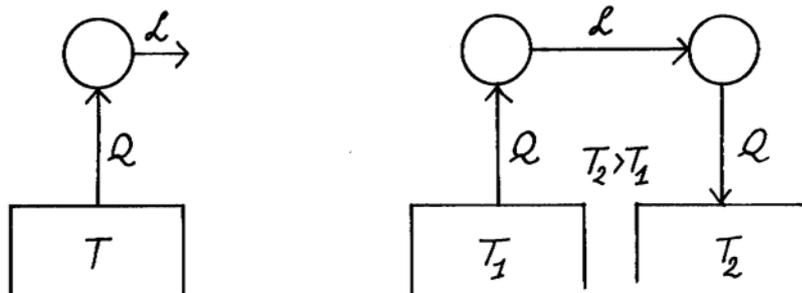


Figura 5.1

Il II principio può anche essere enunciato per mezzo di una nuova funzione di stato denominata *entropia*. Considerando un sistema chiuso soggetto ad una trasformazione ciclica, si osserva sperimentalmente che la somma degli scambi di calore con l'esterno (assunti con il loro segno attribuito dalla convenzione) rapportati alla temperatura alla quale si concretizzano è sempre negativa:

$$\int (dQ/T)_{\text{trasf.chiusa}} < 0$$

Nel caso di trasformazioni reversibili, la precedente relazione ammette un'eccezione:

$$\int (dQ/T)_{\text{trasf.chiusa rev.}} = 0$$

In base all'analisi matematica, se si somma alla funzione integranda (dQ/T) una quantità positiva ds_i (o al limite nulla nel caso di trasformazione reversibile) tale da annullare la diseuguaglianza, allora la funzione

$$ds = dQ/T + ds_i$$

rappresenterà un differenziale esatto ed s (detta entropia specifica, misurata in J/kgK o kJ/kgK) sarà una funzione di stato. Moltiplicando per la massa m del sistema si otterrà l'entropia $S = m s$, misurata in J/K o kJ/K.

Pertanto l'enunciato matematico del II principio della termodinamica sarà il seguente:

trasformazioni chiuse:

$$\int (dQ/T) < 0$$

$$\int (dQ/T) = 0, \text{ rev.}$$

trasformazioni aperte infinitesime:

$$ds = dQ/T + ds_i$$

$$ds = dQ/T, \text{ rev.}$$

trasformazioni aperte finite:

$$s_2 - s_1 = \int dQ/T + \Delta s_i$$

$$s_2 - s_1 = \int dQ/T, \text{ rev.}$$

Il termine Δs_i rappresenta la "produzione entropica" associata alle irreversibilità, sempre maggiore di zero o al limite nulla.

Una relazione analoga può essere sviluppata per i sistemi aperti con deflusso di massa. Considerando ancora il regime stazionario (massa uscente pari alla massa entrante nell'unità di tempo):

$$s_2 - s_1 = \int_{v.c.} dQ/T + \Delta s_{i,v.c.}$$

dove l'integrale e la produzione entropica si riferiscono qui al volume di controllo e non al lasso di tempo che intercorre tra i due stati 1 (ingresso) e 2 (uscita).

Esercizio 5.1: valutare le variazioni di entropia per trasformazioni adiabatiche reversibili e irreversibili e per trasformazioni isoterme reversibili.

In una trasformazione adiabatica reversibile $dQ=0$ (adiabatica) ed inoltre $dQ=Tds$ (reversibile). Ne segue che $ds=0$, ovvero $s=\text{costante}$: la trasformazione è isoentropica. Diversamente, in una adiabatica irreversibile, $dQ/T + ds_i = ds$, ovvero $ds = ds_i > 0$; l'entropia è destinata a crescere essendo ds_i sempre positivo. In una trasformazione isoterma $dT=0$, se reversibile $dQ/T = ds$. Integrando tra gli estremi della trasformazione, si ha: $Q/T = \Delta s$, ovvero la variazione d'entropia eguaglia il rapporto tra il calore scambiato e la temperatura assoluta alla quale avviene lo scambio di calore.

5.2 Relazioni tra grandezze termodinamiche

I due principi della termodinamica consentono di ottenere due utili relazioni tra le grandezze termodinamiche:

$$du = dQ - pdv = Tds - pdv$$

$$dh = du + d(pv) = du + pdv + vdp = Tds + vdp$$

Pur avendo scelto di operare secondo una trasformazione reversibile ($dQ=Tds$), il risultato finale ottenuto

$$du = Tds - pdv$$

$$dh = Tds + vdp$$

mette in relazione tra loro funzioni di stato e loro variazioni. Pertanto le suddette relazioni possono essere considerate valide anche per trasformazioni reali e, come si vedrà, esse stanno alla base dei procedimenti di valutazione delle proprietà termodinamiche delle sostanze.

Due ulteriori funzioni di stato impiegate nella termodinamica sono la funzione di Helmholtz f_v (detta *energia libera*) e la funzione di Gibbs f_p (detta *entalpia libera*):

$$f_v = u - Ts$$

$$f_p = h - Ts$$

Introducendo i rispettivi differenziali esatti:

$$df_v = du - Tds - sdT = -pdv - sdT$$

$$df_p = dh - Tds - sdT = vdp - sdT$$

Ricordando le proprietà delle funzioni di stato, si ottiene:

$$du(s,v) = (\partial u / \partial s)_v ds + (\partial u / \partial v)_s dv = Tds - pdv$$

$$dh(s,p) = (\partial h / \partial s)_p ds + (\partial h / \partial p)_s dp = Tds + vdp$$

da cui:

$$(\partial u / \partial s)_v = T$$

$$(\partial u / \partial v)_s = -p$$

$$(\partial h / \partial s)_p = T$$

$$(\partial h / \partial p)_s = v$$

ed in base all'uguaglianza delle derivate miste, si ottiene:

$$(\partial T / \partial v)_s = -(\partial p / \partial s)_v$$

$$(\partial T / \partial p)_s = (\partial v / \partial s)_p$$

direttamente dalle relazioni per du e dh , e:

$$(\partial p / \partial T)_v = (\partial s / \partial v)_T$$

$$(\partial v / \partial T)_p = -(\partial s / \partial p)_T$$

dalle relazioni per df_v e df_p .

Le quattro ultime formule prendono il nome di *relazioni di Maxwell* e risultano particolarmente utili nella costruzione delle funzioni di stato s , h , ed u per le sostanze al variare delle proprietà p , v e T .

CAPITOLO 6. GAS IDEALI

6.1 Equazione di stato

Sinora ci si è soffermati sulle proprietà che identificano uno stato termodinamico e sulle relazioni tra dette proprietà, senza specificare la natura della sostanza costituente il sistema termodinamico. Ora si cominceranno ad applicare i concetti suesposti a sostanze aventi un particolare rilievo nell'ambito della termodinamica tecnica, in quanto impiegate in processi tecnici di interesse ingegneristico.

Verranno innanzitutto presi in esame i cosiddetti “gas ideali” (o perfetti), gas che seguono una particolare (e semplice) equazione di stato che lega tra loro le variabili termodinamiche fondamentali p , v e T .

Tale relazione è la seguente:

$$p V = n \mathfrak{R} T$$

ove n è il numero di moli (unità di sostanza che corrisponde ad un definito numero di molecole di gas) e \mathfrak{R} assume i connotati di una costante universale pari a 8314 J/kmol K. In pratica ogni mole di gas perfetto, ad una data pressione p e temperatura T , occupa lo stesso volume V (precisamente 22.4 m³ per 1 kmol a 101325 Pa e 273.15 K). Introducendo la massa molecolare $M = m/n$ (massa di una mole), si ottiene:

$$p V = m (\mathfrak{R}/M) T$$

ovvero

$$p V = m R T$$

$$p v = R T$$

con R costante “particolare” del gas. Ad esempio, per l'aria $M = 28.97$ kg/kmol, da cui $R = 287$ J/kgK; per l'ossigeno $M=32$ kg/kmol, $R=259.8$ J/kgK, sempre nell'ipotesi di poter considerare questi due gas allo stato ideale.

Il comportamento di gas ideale è tipico di un gas molto rarefatto; nella pratica, tale modello rappresenta abbastanza bene i gas a pressione relativamente bassa e temperatura relativamente alta e comunque tutti quei gas che sono “lontani” dalle condizioni di liquefazione. Nel caso dell'aria nelle condizioni ambientali di pressione e temperatura non troppo inferiore a quella ambientale, il modello di gas ideale funziona abbastanza bene.

6.2 Proprietà termodinamiche

Per i gas ideali si può dimostrare che l'energia interna e l'entalpia dipendono solo dalla temperatura.

Ricordando che

$$du = Tds - pdv$$

e sviluppando s in funzione di T e v

$$ds = (\partial s / \partial v)_T dv + (\partial s / \partial T)_v dT$$

si ottiene

$$du = T[(\partial s/\partial v)_T dv + (\partial s/\partial T)_v dT] - pdv = (\partial u/\partial v)_T dv + (\partial u/\partial T)_v dT = (\partial u/\partial v)_T dv + c_v dT$$

Ne segue che

$$(\partial u/\partial v)_T = T(\partial s/\partial v)_T - p = T(\partial p/\partial T)_{v-p}$$

ottenuta applicando una delle relazioni di Maxwell.

Poiché per un gas ideale $\partial p/\partial T = R/v = p/T$, segue che $(\partial u/\partial v)_T = 0$ e quindi

$$du = c_v dT$$

Con un procedimento analogo, partendo da

$$dh = Tds + vdp$$

e sviluppando s in funzione di T e p, si ottiene

$$(\partial h/\partial p)_T = T(\partial s/\partial p)_v + v = -T(\partial v/\partial T)_{p+v}$$

che si annulla per un gas perfetto, per il quale risulta quindi

$$dh = c_p dT$$

Infine, poiché $dh = du + d(pv) = (c_v + R)dT$, si ottiene

$$c_p = c_v + R$$

relazione che consente di terminare c_p direttamente da c_v per ogni gas ideale, sommando direttamente la costante particolare del gas.

Dalle relazioni $du = c_v dT$ e $dh = c_p dT$ si ottiene:

$$u_1 - u_0 = \int_{0-1} c_v dT$$

$$h_1 - h_0 = \int_{0-1} c_p dT$$

se si pone, nello stato di riferimento 0, scelto a $T=0$ K (basta specificare la temperatura), $u_0=0$, allora l'integrale a secondo membro $\int_{0-1} c_v dT$ rappresenta l'energia interna dello stato generico u_1 (ovvero l'energia interna del gas alla temperatura T_1). Alla medesima temperatura T_1 , si avrà $h_1 = u_1 + RT_1$ e sarà quindi automaticamente fissata anche h_1 . In questo caso, h_1 è rappresentata anche dall'espressione $\int_{0-1} c_p dT$ (poiché $h_0 = u_0 + RT_0 = 0$). Si noti che in generale i calori specifici dipendono dalla temperatura e non possono essere a rigore portati fuori dall'integrale.

L'entropia di un gas ideale non dipende dalla sola temperatura (come visto per u e h). Infatti, assumendo come consuetudine la trasformazione reversibile:

$$ds = dQ/T = (du + pdv)/T = c_v dT/T + (p/T)dv$$

$$ds = dQ/T = (dh - vdp)/T = c_p dT/T - (v/T)dp$$

Se si riprende l'ultima espressione per ds, ricordando che per un gas ideale $v = RT/p$, si ottiene

$$ds = c_p dT/T - R dp/p$$

da cui si desume la dipendenza di s da T e da un'altra variabile (p o v).

Integrando tra uno stato di riferimento 0 assunto a $T=0$ K e $p=101325$ Pa (circa 1 bar), per il quale si pone $s=0$, si ha:

$$s_1 - s_0 = \int_{0-1} c_p dT/T - R \ln (p_1/p_0)$$

ovvero, poiché $s_0=0$

$$s_1 = \int_{0-1} c_p dT/T - R \ln (p_1/p_0) = s_{r1} - R \ln (p_1/p_0)$$

L'entropia nello stato generico 1 vale quindi l'integrale di $c_p dT/T$ tra 0 K e la temperatura T_1 (termine chiamato s_r e che si ricava da tabelle in funzione della sola temperatura) cui va sottratto il termine $R \ln(p_1/p_0)$, ove p_0 è la pressione assunta come riferimento e pari a 1 bar.

6.3 Trasformazioni termodinamiche fondamentali

Le trasformazioni termodinamiche dei gas ideali possono essere tracciate sui piani termodinamici (quelli più usuali sono il p-v, in quanto l'area sottesa rappresenta il lavoro scambiato ed il T-s, in quanto l'area sottesa rappresenta il calore scambiato, sempre nei casi di reversibilità delle trasformazioni).

Val la pena soffermare l'attenzione su alcune trasformazioni particolari dei gas ideali. Per semplicità si farà nel seguito riferimento a trasformazioni reversibili relative a sistemi chiusi.

Trasformazioni isocore: in una trasformazione isocora, il volume specifico rimane costante. Le curve isocore si rappresentano sul piano T-s con curve inclinate, con tangente maggiore di zero e concavità rivolta verso l'alto. Utilizzando la relazione:

$$ds = c_v dT/T + R dv/v$$

si ottiene:

$$s_2 - s_1 = \int_{1-2} c_v dT/T$$

Inoltre, poiché la trasformazione è reversibile,

$$L_{1-2} = \int_{1,2} p dv = 0$$

$$du = dQ - pdv = dQ = Tds$$

Esercizio 6.1:

si dimostri che sul piano T-s le curve isocore per un gas perfetto sono equidistanti.

Poiché a $T=cost$, $s_2 - s_1 = R \ln(v_2/v_1)$, si ha che, fissati v_1 e v_2 , la distanza $s_2 - s_1$ sull'asse delle ascisse resta la medesima (figura 6.1 a).

Trasformazioni isobare: in queste trasformazioni è la pressione p a rimanere costante. Le isobare sono ancora curve inclinate con tangente positiva e concavità verso l'alto.

Ricordando che

$$ds = c_p dT/T - R dp/p$$

si avrà:

$$s_2 - s_1 = \int_{1-2} c_p dT/T$$

e per una trasformazione reversibile:

$$L_{1-2} = p(v_2 - v_1)$$

$$dh = dQ + v dp = dQ = Tds$$

Esercizio 6.2:

si dimostri che sul piano T-s le curve isobare per un gas perfetto sono equidistanti.

Poiché a $T=\text{cost}$, $s_2-s_1=-R \ln(p_2/p_1)$, si ha che, fissati p_1 e p_2 , la distanza s_2-s_1 sull'asse delle ascisse resta la medesima (figura 6.1 b).

Esercizio 6.3:

si dimostri che sul piano T-s le isocore per un gas ideale sono più inclinate delle isobare.

Per i gas ideali si ha: $du=c_v dT$, $dh=c_p dT$, inoltre in generale si ha: $Tds = dh - vdp = du + pdv$.

Per una trasformazione a $v=\text{cost.}$: $(Tds)_v = du = c_v dT$, da cui $(dT/ds)_v = T/c_v$.

Per una trasformazione a $p=\text{cost.}$: $(Tds)_p = dh = c_p dT$; da cui $(dT/ds)_p = T/c_p$.

Dalle espressioni ricavate si desume che la pendenza delle curve è positiva (T , c_v e c_p sono >0) ed inoltre la concavità è rivolta verso l'alto poiché all'aumentare di T aumenta la pendenza. Siccome c_p è maggiore di c_v (si ricorda che per un gas ideale $c_p = c_v + R$), allora ecco dimostrato che $(dT/ds)_v > (dT/ds)_p$, come riportato graficamente nella figura 6.1 c).

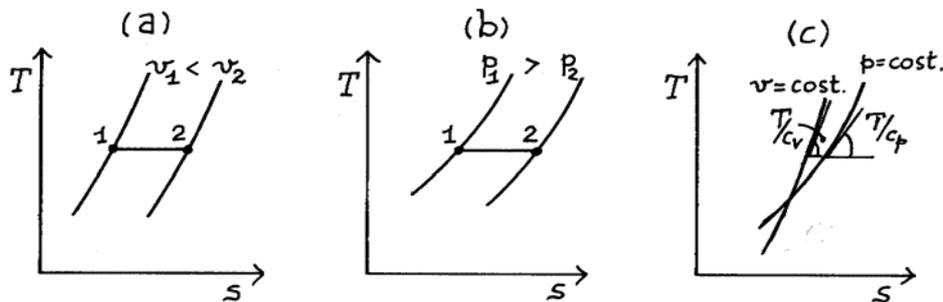


Figura 6.1

Trasformazioni isoterme: nelle isoterme si ha $T=\text{cost.}$, ovvero, per un gas perfetto, il prodotto pv resta costante. In base alle relazioni per ds già note si ottiene:

$$s_2-s_1 = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(p_1/p_2)$$

e per trasformazioni reversibili:

$$dQ = du + pdv = c_v dT + pdv = pdv = RT dv/v = dL$$

$$Q_{1-2} = RT \ln(v_2/v_1) = T(s_2-s_1) = RT \ln(p_1/p_2) = L_{1-2}$$

In figura 6.2 viene rappresentata una curva isoterma sui piani $p-v$ e $T-s$, in quest'ultimo la è possibile evidenziare graficamente il calore scambiato.

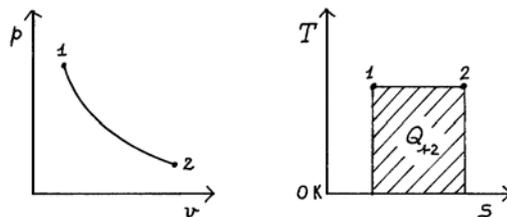


Figura 6.2

Trasformazioni adiabatiche: nelle adiabatiche non c'è scambio di calore tra sistema ed esterno, quindi $dQ=0$. Nelle trasformazioni reversibili, $dQ=Tds=0$, le adiabatiche sono anche isoentropiche.

$$dQ = c_v dT + p dv = 0$$

$$dQ = c_p dT - v dp = 0$$

$$dT = -pdv/c_v = vdp/c_p$$

e chiamando con k il rapporto tra c_p e c_v ($k=c_p/c_v > 1$)

$$k pdv + v dp = 0$$

che corrisponde ad affermare:

$$p v^k = \text{cost.}$$

infatti, differenziando la funzione $p v^k$ si ricava: $p k v^{k-1} dv + v^k dp = 0$, cioè $pkdv + vdp=0$.

Allora, in un'adiabatica reversibile si avrà:

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

$$T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1}$$

e sostituendo, al posto di v_1^{k-1} , il termine $[(p_2/p_1)^{1/k} v_2]^{k-1}$

$$T_1 p_1^{(1-k)/k} = T_2 p_2^{(1-k)/k}$$

Nelle precedenti relazioni si è assunto di trascurare la dipendenza di k dalla temperatura T .

Trasformazioni politropiche: sono trasformazioni in cui pressione e volume specifico sono legati dalla relazione

$$p v^m = \text{cost}$$

ove con m si intende un esponente in genere positivo. Per una politropica si può scrivere:

$$m pdv + v dp = 0$$

$$p_1 v_1^m = p_2 v_2^m$$

$$T_1 v_1^{m-1} = T_2 v_2^{m-1}$$

$$T_1 p_1^{(1-m)/m} = T_2 p_2^{(1-m)/m}$$

$$dL = pdv = d(pv) - v dp = RdT - v dp = RdT + mp dv$$

dalla relazione

$$pdv = RdT + mp dv$$

si ottiene

$$(1-m)pdv = RdT$$

$$dL = pdv = [R/(1-m)]dT$$

$$L_{1,2} = (T_2 - T_1)R/(1-m) = (p_2 v_2 - p_1 v_1)/(1-m)$$

Si noti che: per $m=k$ si ritrova l'espressione del lavoro scambiato in una adiabatica reversibile, ipotizzando k indipendente dalla temperatura;

per $m=0$ si ricava $p v^0 = \text{cost.}$, ovvero $p=\text{cost.}$ (isobara);

per $m=+\infty$, si ricava $p^0 v = \text{cost.}$, ovvero $v=\text{cost.}$ (isocora);

per $m=1$ si ricava $pv=\text{cost.}$, ovvero $T=\text{cost.}$ (isoterma).

Le curve politropiche caratterizzate da $m=0, 1, k (>1)$ e $+\infty$ sono riportate graficamente in fig.6.3.

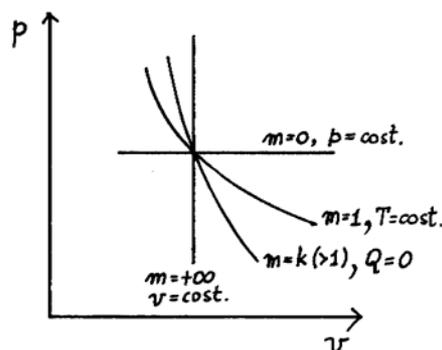


Figura 6.3

Esercizio 6.4:

un cilindro di volume $V=56 \text{ dm}^3$ contiene azoto (N_2) alla pressione di 1.4 bar e alla temperatura di 27°C . L'azoto viene compresso, per l'azionamento di un pistone, sino a 11.25 bar. Il volume finale risulta di 9.8 dm^3 . Il lavoro effettuato sul sistema è di 9.6 kJ. Determinare il calore scambiato e la variazione di entalpia.

I dati di input sono i seguenti. $R = 8314/28.01 = 296.8 \text{ J/kgK}$, $p_1=1.4 \text{ bar} = 1.4 \times 10^5 \text{ Pa}$ (si ricorda che $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$), $V_1 = 56 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_1 = (27+273.15) = 300.15 \text{ K}$, $L_{1-2}^* = -9.6 \text{ kJ}$ (negativo perché entrante nel sistema); $p_2 = 11.25 \text{ bar} = 11.25 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 9.8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

La massa $m=(pV)/RT$ è pari a $(1.4 \times 10^5)(56 \times 10^{-3})/(296.8 \times 300.15) = 0.088 \text{ kg}$ e rimane costante, essendo il sistema chiuso.

Dalle tabelle delle proprietà termodinamiche dei gas ideali (tabella 1 in Appendice) si ricava: $h_1=311.8 \text{ kJ/kg}$, $u_1=222.7 \text{ kJ/kg}$.

La temperatura allo stato finale è pari a $T_2=(p_2V_2)/(mR) = (11.25 \times 10^5)(9.8 \times 10^{-3})/(0.088 \times 296.8) = 422.1 \text{ K}$ (148.95°C).

L'entalpia h_2 si ricava ancora dalle tabelle, operando una interpolazione lineare tra i dati (per $T=400\text{K}$ e $T=500\text{K}$) più vicini a quello corrispondente allo stato 2. Pertanto:

$$h_2 = h(400\text{K}) + [h(500\text{K})-h(400\text{K})] \times [T_2-400]/[500-400] = 438.8 \text{ kJ/kg};$$

u_2 si ricava ancora dalle tabelle, oppure dalla formula

$$u_2 = h_2 - p_2v_2 = h_2 - R T_2 = 438.8 \times 10^3 - (296.8 \times 422.1) = 313225 \text{ J/kg} = 313.5 \text{ kJ/kg}.$$

Ne segue che:

$$Q_{1-2} = L_{1-2} + (u_2 - u_1) = -(9.6/0.088) + (313.5 - 222.7) = -18.29 \text{ kJ/kg},$$

$$(h_2 - h_1) = 438.8 - 311.8 = 127.0 \text{ kJ/kg}.$$

Esercizio 6.5:

una portata d'aria percorre una tubazione verticale a pareti indilatabili ed indeformabili. Nel passaggio, l'aria riceve $Q_{1-2} = 33.5 \text{ kJ/kg}$. Le velocità medie nelle sezioni di ingresso (1, in basso) ed uscita (2, in alto) sono, rispettivamente, $w_1=3 \text{ m/s}$ e $w_2=18 \text{ m/s}$. L'altezza della tubazione è di 3 metri. Nota la temperatura d'ingresso ($T_1=300 \text{ K}$), valutare la temperatura dell'aria in uscita.

Applicando il I principio per i sistemi aperti:

$$Q_{1-2} - L_{e,1-2} = (h_2 - h_1) + (w_2^2 - w_1^2)/2 + g(z_2 - z_1)$$

con $Q_{1-2} = 33.5 \times 10^3 \text{ J/kg}$, $L_{e,1-2} = 0$, $h_1 = 300.6 \times 10^3 \text{ J/kg}$ (dalla tabella 1 relativa alle proprietà termodinamiche dell'aria), $z_2 - z_1 = 3 \text{ m}$, $w_1 = 3 \text{ m/s}$ e $w_2 = 18 \text{ m/s}$, si ottiene:

$$h_2 = 300.6 \times 10^3 + 33.5 \times 10^3 - (18^2 - 3^2)/2 - 9.81 \times 3 = 333.3 \times 10^3 \text{ J/kg} = 333.9 \text{ kJ/kg}.$$

Per ricavare T_2 , occorre utilizzare la tabella 1, operando ancora per interpolazione lineare, scegliendo il campo di valori di entalpia dell'aria che racchiude al proprio interno 333.3 kJ/kg , ovvero tra 300.6 kJ/kg (per $T=300\text{K}$) e 401.8 kJ/kg ($T=400\text{K}$). T_2 sarà quindi compresa tra 300 e 400 K e risulterà dalla formula:

$$h_2 = 333.9 = 300.6 + (401.8 - 300.6) \times (T_2 - 300) / (400 - 300), \text{ da cui}$$

$$T_2 = 300 + (333.9 - 300.6)/1.012 = 332.9 \text{ K}.$$

Esercizio 6.6:

un sistema chiuso composto da 2 kg d'aria si trasforma, in modo adiabatico e reversibile, dallo stato 1 ($p_1=4 \text{ bar}$, $t_1=50^\circ\text{C}$) allo stato 2 ($t_2=250^\circ\text{C}$). Determinare la pressione ed il volume a fine trasformazione, le variazioni di entalpia ed energia interna, il lavoro scambiato.

In una trasformazione adiabatica e reversibile, per i gas ideali si può scrivere:

$$p v^k = \text{cost.}, \text{ ovvero } T_1 p_1^{(1-k)/k} = \text{cost.}, \text{ da cui}$$

$$p_2 = (T_1/T_2)^{k/(1-k)} p_1$$

Sostituendo $T_1 = 273.15 + t_1 = 323.15 \text{ K}$ e $T_2 = 273.15 + t_2 = 523.15 \text{ K}$, con $k=c_p/c_v=1.4$, si ricava:

$$p_2 = 5.4 p_1 = 21.6 \text{ bar} = 21.6 \times 10^5 \text{ Pa}; V_2 = (m R T_2)/p_2 = (2 \times 287 \times 523.15) / (21.6 \times 10^5) = 0.139 \text{ m}^3.$$

Dai dati di tabella 1, per interpolazione lineare, si ottiene:

$$h_1 = h(300\text{K}) + [h(400\text{K}) - h(300\text{K})]x(T_1 - 300)/(400 - 300) = 324.0 \text{ kJ/kg};$$

$$h_2 = h(500\text{K}) + [h(600\text{K}) - h(500\text{K})]x(T_2 - 500)/(600 - 500) = 528.6 \text{ kJ/kg};$$

e quindi:

$$h_2 - h_1 = 528.6 - 324.0 = 204.6 \text{ kJ/kg}, (\Delta H = 409.2 \text{ kJ}),$$

$$u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - R(T_2 - T_1) = 204.6 \times 10^3 - 287 \times 200 = 147.2 \text{ kJ/kg}, (\Delta U = 294.4 \text{ kJ}),$$

$L_{1-2} = Q_{1-2} - (u_2 - u_1) = 0 - 147.2 \text{ kJ/kg}$, ($L_{1-2}^* = -294.4 \text{ kJ}$); il sistema riceve lavoro dall'esterno per compiere la trasformazione voluta.

Esercizio 6.7:

un sistema chiuso composto da 0.5 kg di azoto è soggetto ad un incremento di entropia pari a 0.25 kJ/K. Sono note le temperature estreme della trasformazione (300 e 333 K, rispettivamente) ed il volume iniziale (16 litri). Determinare pressione e volume finali.

Per lo stato iniziale si ha: $T_1 = 300 \text{ K}$, $V_1 = 16 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $p_1 = (mRT_1)/V_1 = (0.5 \times 296.8 \times 300)/(16 \times 10^{-3}) = 2782500 \text{ Pa} = 27.8 \text{ bar}$.

$s_1 = \int_{0-1} c_p dT/T - R \ln(p_1/p_0)$, ove 0 è lo stato di riferimento ($T_0 = 0 \text{ K}$, $p_0 = 1 \text{ bar}$) e l'integrale $s_{r1} = \int_{0-1} c_p dT/T$ può essere ricavato dalle tabelle dell'entropia (alla pressione di 1 bar) per l'azoto, assunto come gas ideale. Pertanto:

$$s_1 = s_{r1}(300\text{K}) - R \ln(p_1/p_0) = 6.8536 \times 10^3 - (296.8) \ln(27.8/1) = 5866 \text{ J/kgK} = 5.866 \text{ kJ/kgK}.$$

Noto l'incremento di entropia, per lo stato finale si ottiene:

$$s_2 = s_1 + \Delta S/m = 5.866 + 0.25/0.5 = 6.366 \text{ kJ/kgK}.$$

La tabella 1 riporta i valori di entropia (specifica) alla pressione di 1 bar. Alla temperatura di 333 K, si ottiene, per interpolazione lineare (tra i valori 6.854 e 7.154 kJ/kgK, rispettivamente per 300 e 400K):

$$s_{r2} = 6.953 \text{ kJ/kgK}.$$

Dal valore alla pressione 1 bar, si deduce il valore alla pressione p_2 dalla relazione:

$$s_2 = s_{r2} - R \ln(p_2/p_0), \text{ con } p_0 = 1 \text{ bar. Nella relazione precedente, l'incognita è la pressione } p_2:$$

$$p_2 = p_0 \exp[(s_{r2} - s_2)/R] = \exp[(6953 - 6366)/296.8] = 7.2 p_0 = 7.2 \text{ bar};$$

$$V_2 = (mRT_2)/p_2 = (0.5 \times 296.8 \times 333)/(7.2 \times 10^5) = 0.0686 \text{ m}^3 \text{ (68.6 litri)}.$$

Esercizio 6.8:

una quantità d'aria pari a 1.5 kg subisce un'espansione politropica reversibile (con $m=1.2$) dalla pressione di 10 bar alla pressione di 1 bar. La temperatura iniziale è di 500K. Calcolare la temperatura finale, gli eventuali scambi di calore e lavoro e la variazione di entropia.

In una trasformazione politropica reversibile vale:

$$p v^m = \text{cost}, \text{ con } m \text{ qui posto pari a } 1.2.$$

Per lo stato iniziale 1 si può scrivere: $T_1 = 500 \text{ K}$, $p_1 = 10 \text{ bar}$, $v_1 = (R T_1)/p_1 = (287 \times 500)/(10 \times 10^5) = 0.143 \text{ m}^3/\text{kg}$; inoltre, dalle tabelle dei gas ideali (tabella 1) si ricava: $u_1 = 361.0 \text{ kJ/kg}$, $s_{1,1\text{bar}} = 7.3904 \text{ kJ/kgK}$. Pertanto, a 10 bar, $s_1 = s_{r1} - R \ln(10/1) = 6.73 \text{ kJ/kgK}$ (con $R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$).

Lo stato 2 si deduce applicando la relazione $v_2 = v_1(p_1/p_2)^{1/m} = 0.143 (10)^{1/1.2} = 0.974 \text{ m}^3/\text{kg}$; $T_2 = (p_2 v_2)/R = 1 \times 10^5 \times 0.974/287 = 339.4 \text{ K}$, $u_2 = 243.1 \text{ kJ/kg}$, $s_{r2} = 6.987 \text{ kJ/kgK}$ (per interpolazione lineare), $s_2 = 6.987 - R \ln(1/1) = 6.987 \text{ kJ/kgK}$.

Lo scambio di lavoro vale:

$$L_{1-2} = R (T_2 - T_1)/(1 - m) = 0.287 \times (339.4 - 500)/(1 - 1.2) = 230.4 \text{ kJ/kg} \text{ (lavoro effettuato dal sistema)}$$

ed applicando il I principio per sistemi chiusi

$$Q_{1-2} = L_{1-2} + (u_2 - u_1) = 230.4 + (243.1 - 361.0) = 112.5 \text{ kJ/kg} \text{ (calore ricevuto dal sistema)},$$

$$s_2 - s_1 = 6.987 - 6.730 = 0.259 \text{ kJ/kgK}$$

Moltiplicando per la massa del sistema:

$$L_{1-2}^* = 345.6 \text{ kJ}, Q_{1-2}^* = 168.7 \text{ kJ}, \Delta S = 0.3885 \text{ kJ/K}.$$

Esercizio 6.9:

un sistema chiuso costituito da 3 kg di azoto si trova alla pressione di 4 bar e temperatura di 700K. Il sistema riceve dall'esterno uno scambio di lavoro pari a 234 kJ, a pressione costante e reversibilmente. Si chiede di calcolare la temperatura finale e la variazione di entropia.

Lo stato iniziale è caratterizzato da: $V_1 = mRT_1/p_1 = 3 \times 296.8 \times 700 / (4 \times 10^5) = 1.558 \text{ m}^3$. Per una trasformazione isobara e reversibile, si ha: $L_{1-2}^* = p_1(V_2 - V_1)$, da cui: $V_2 = L_{1-2}^*/p_1 + V_1 = -234 \times 10^3 / (4 \times 10^5) + 1.558 = 0.973 \text{ m}^3$, $T_2 = (p_2 V_2) / (mR) = (4 \times 10^5) \times (0.973) / (3 \times 296.8) = 437.1 \text{ K}$.

Dalla tabella 1, si ricava:

$$s_{r1}(700\text{K}) = 7.750 \text{ kJ/kgK},$$

$$s_{r2}(437.1\text{K}) = 7.242 \text{ kJ/kgK}, \text{ per interpolazione lineare tra i dati a 400 e 500K,}$$

$$s_1 = s_{r1} - R \ln(p_1/p_0) = 7.75 - (0.2968) \ln(4/1) = 7.338 \text{ kJ/kgK},$$

$$s_2 = s_{r2} - R \ln(p_2/p_0) = 7.241 - (0.2968) \ln(4/1) = 6.830 \text{ kJ/kgK},$$

$$s_2 - s_1 = 6.830 - 7.338 = -0.508 \text{ kJ/kgK}, \Delta S = m(s_2 - s_1) = -1.524 \text{ kJ/K}.$$

Esercizio 6.10:

una portata d'aria pari a 1.2 kg/s entra in un condotto orizzontale a pareti rigide alla temperatura di 400K ed alla pressione di 5 bar. Ipotizzando una riduzione di pressione sino a 4.1 bar secondo un processo a volume specifico costante, calcolare il flusso termico scambiato dalla corrente con l'esterno. Si assumano le aree delle sezioni d'ingresso ed uscita pari a 90 e 65 cm², rispettivamente.

Nella sezione d'entrata, $v_1 = RT_1/p_1 = 287 \times 400 / (5 \times 10^5) = 0.2296 \text{ m}^3/\text{kg}$, $h_1(400\text{K}) = 401.8 \text{ kJ/kg}$.

Inoltre, dall'equazione di continuità, $w_1 = m' / (A_1 \rho_1) = m' v_1 / A_1 = 1.2 \times 0.2296 / (90 \times 10^{-4}) = 30.6 \text{ m/s}$.

Nella sezione d'uscita, $v_2 = v_1$, $T_2 = T_1 p_2 / p_1$ (dalla legge dei gas ideali per tr. isocore), ovvero $T_2 = 400 \times (4.1/5) = 328 \text{ K}$, $h_2 = 328.8 \text{ kJ/kg}$ (dalla tabella 1, per interpolazione lineare) e $w_2 = m' v_2 / A_2 = 1.2 \times 0.229 / (65 \times 10^{-4}) = 42.3 \text{ m/s}$.

Applicando il I principio per sistemi aperti (senza scambio di lavoro esterno netto e senza variazioni di quota):

$$Q_{1-2} = h_2 - h_1 + (w_2^2 - w_1^2) / 2 = (328.8 - 401.8) \times 10^3 + (42.3^2 - 30.6^2) / 2 = -73000 + 426.5 = -72573.5 \text{ J/kg} = -72.6 \text{ kJ/kg}.$$

Il flusso termico q è espresso dal prodotto tra la portata e lo scambio di calore per unità di massa:

$$q = m' Q_{1-2} = 1.2 \times (-72.6) = -87.12 \text{ kW}.$$

CAPITOLO 7. SOSTANZE PURE

Le *sostanze pure* hanno composizione omogenea, sono combinate chimicamente in maniera omogenea e stabile nel tempo. Rientrano in questa categoria le sostanze monocomponente nei diversi stati di aggregazione (solido, liquido e aeriforme). Nel caso di presenza di una sola fase, la regola delle fasi stabilisce $N = 2 + 1 - 1 = 2$. Nel caso di coesistenza di due fasi, $N = 1$ (p e T non sono indipendenti), cui però si aggiunge la conoscenza del titolo x (rapporto tra la massa di una fase rispetto alla massa totale) per definire univocamente lo stato termodinamico.

7.1 I diagrammi termodinamici

Per studiare efficacemente le trasformazioni termodinamiche di una sostanza pura occorre dapprima introdurre il piano termodinamico $p-v$ (detto anche di Clapeyron).

Il diagramma $p-v$

Nel diagramma $p-v$ (figura 7.1) si possono identificare le curve limiti inferiore e superiore e l'isoterma critica, che delimitano il piano in diverse zone nelle quali la sostanza si trova in un particolare stato di aggregazione: la zona del liquido (a sin. della curva limite inf. e sotto l'isoterma critica), la zona del gas (a destra dell'isoterma critica), la zona del vapore saturo, ovvero di coesistenza delle fasi liquido-vapore (tra le due curve limiti) e la zona del vapore surriscaldato (a destra della curva limite superiore e sotto l'isoterma critica). E' opportuno ricordare che su tale piano è possibile identificare anche le zone dello stato solido e di coesistenza solido-liquido e solido-aeriforme, che in genere non presentano particolare rilevanza in chiave applicativa.

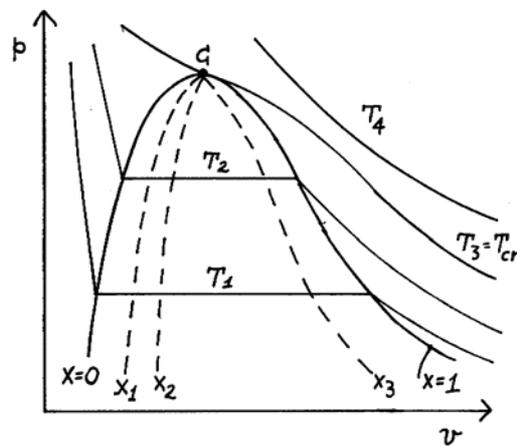


Figura 7.1

All'interno della "campana" delimitata dalle curve limiti, le curve isoterme sono anche isobare e sono caratterizzate da andamento orizzontale. Definendo con x il rapporto tra la massa di vapore e la massa totale, si ha liquido saturo per $x=0$ e vapore saturo secco per $x=1$. Le curve ad x costante possono essere individuate dividendo i segmenti orizzontali e paralleli all'interno della campana in parti uguali e raccordando tra loro gli estremi delle suddivisioni. Infatti, per definizione,

$$x = m_v / (m_l + m_v)$$

ed essendo il volume una proprietà estensiva:

$$V = V_l + V_v = m_l v_l + m_v v_v = (m_l + m_v) v$$

Di conseguenza

$$v = (1-x)v_1 + xv_v$$
$$x = (v - v_1) / (v_v - v_1)$$

Quindi, per ottenere il punto con titolo $x=0.25$ ad una data temperatura, è sufficiente dividere l'isotermobarica a quella temperatura in 4 parti (tra gli estremi v_v e v_1): lo stato ricercato corrisponde alla delimitazione tra il primo ed il secondo segmento.

Al di fuori della "campana", le isoterme hanno un andamento inclinato e decrescente, spostandosi da sinistra verso destra; in particolare, nella zona del liquido sono quasi verticali, mentre tendono ad iperboli equilateri all'aumentare di T (oltre il valore critico), come accade per il modello di gas ideale. L'isoterma critica delimita la zona del gas da quella del vapore surriscaldato (e del liquido). Il vapore surriscaldato, a differenza del gas, può essere portato a saturazione con un processo isoterma; si chiama così in quanto si trova ad una temperatura leggermente superiore a quella che avrebbe se fosse saturo alla medesima pressione.

Il tratto di isotermobarica caratterizzato dalla temperatura di $t=0.01^\circ\text{C}$ ($T=273.16\text{ K}$) assume un particolare rilievo in quanto rappresenta il luogo dei punti per i quali c'è coesistenza tra le fasi liquido-solido-vapore (punto "triplo", rappresentato però da una linea sul piano p - v).

Il diagramma T-p

Un altro piano termodinamico di particolare rilevanza è il piano T - p . In esso le tre zone di coesistenza di due fasi (liquido+vapore, liquido+solido, solido+vapore) sono rappresentate da tre linee che convergono nel punto triplo (figura 7.2). Tra tutte le sostanze pure più importanti, l'acqua ha un comportamento anomalo in quanto la pendenza della linea (dT/dp) per la fase liquido+solido è leggermente negativa (andamento a tratteggio in fig.7.2), mentre è leggermente positiva per tutte le altre sostanze.

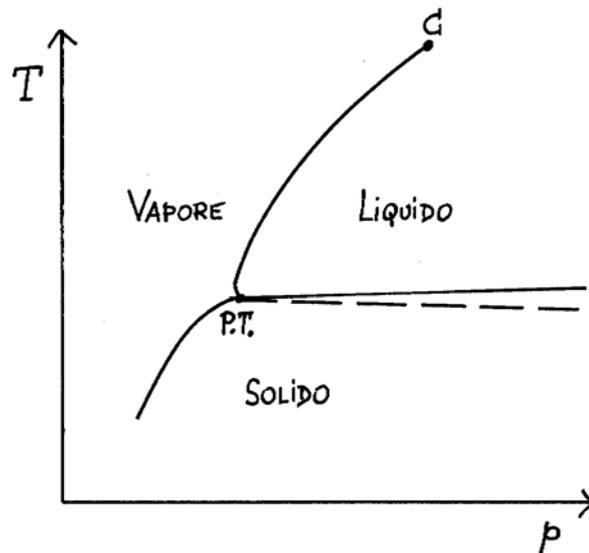


Figura 7.2

Infatti, da una relazione di Maxwell:

$$(\partial p / \partial T)_v = (\partial s / \partial v)_T$$

Nel passaggio di stato da ghiaccio (solido) ad acqua (liquido), occorre cedere calore alla sostanza ($Q > 0$). Poiché $Q = T\Delta s$, con $T = \text{costante}$, tenendo conto della correlazione biunivoca vigente tra p e T nei passaggi di fase, si avrà:

$$(dp/dT)_{L+S} = \Delta s / \Delta v = Q / (T\Delta v)$$

essendo Q e T positivi e Δv leggermente negativo (il volume occupato dall'acqua è leggermente inferiore a quello occupato dal ghiaccio), si ottiene che il segno di dp/dT (e quindi anche quello di dT/dp) è negativo.

Costruzione delle funzioni di stato u , h ed s

Le funzioni di stato energia interna, entalpia ed entropia possono essere ricavate a partire dalle conoscenze, note per via grafica (piani p - v e p - T) o in forma analitica (equazioni di stato) ed applicando relazioni termodinamiche, sfortunatamente più complesse di quelle utilizzate per i gas ideali.

Ad esempio, per una sostanza pura in generale du e dh non coincidono con $c_v dT$ e $c_p dT$, rispettivamente. Sviluppando u ed h in funzione di (v, T) e (p, T) , rispettivamente:

$$\begin{aligned} du(v, T) &= (\partial u / \partial v)_T dv + (\partial u / \partial T)_v dT = (\partial u / \partial v)_T dv + c_v dT \\ dh(p, T) &= (\partial h / \partial p)_T dp + (\partial h / \partial T)_p dT = (\partial h / \partial p)_T dp + c_p dT \end{aligned}$$

Si era già dimostrato che:

$$(\partial u / \partial v)_T = T(\partial p / \partial T)_v - p$$

$$(\partial h / \partial p)_T = -T(\partial v / \partial T)_p + v$$

e quindi le relazioni ricercate risultano:

$$\begin{aligned} du &= [T(\partial p / \partial T)_v - p] dv + c_v dT \\ dh &= [-T(\partial v / \partial T)_p + v] dp + c_p dT \end{aligned}$$

valide ovviamente assumendo le coppie (p, T) e (v, T) tra loro indipendenti (quindi per una sostanza pura monofase).

Il criterio seguito per la costruzione delle funzioni di stato prevede innanzitutto lo scelta di uno stato di riferimento al quale fissare valori convenzionali per almeno due (come stabilito dalla regola delle fasi) grandezze di stato. Ciò si rende necessario in quanto u , h ed s sono definite come differenze. Nel caso dell'acqua-vapor acqueo, ad esempio, si pongono s ed u uguali a zero per $T_{\text{rif}} = 273.16 \text{ K}$ e $x_{\text{rif}} = 0$. Il valore di h_{rif} risulta automaticamente fissato ed è pari a

$$h_{\text{rif}} = u_{\text{rif}} + p_{\text{rif}} v_{\text{rif}} = 0 + p_{\text{rif}} v_{\text{rif}} = 0^+$$

Partendo da questo valore di h_{rif} sulla curva limite inferiore, a $T = 273.16 \text{ K}$, si possono calcolare tutti i valori di h per $x = 0$ e qualunque T applicando la relazione

$$(h - h_{\text{rif}}) = \int \{ [-T(\partial v / \partial T)_p + v] dp + c_p dT \}$$

L'integrale a secondo membro non è complicato se lo si scinde in due termini (si ricorda infatti che per passare da uno stato termodinamico ad un altro si può scegliere il percorso più comodo, giacché la differenza tra i valori assunti da una funzione di stato in due punti non dipende dal cammino percorso):

$$(h - h_{rif}) = \int_{T=cost} [-T(\partial v / \partial T)_p + v] dp + \int_{p=cost} c_p dT$$

Ricavati i valori di entalpia sulla curva limite inferiore (h_l), si passa a quelli sulla curva limite superiore (h_v) ricordando che, alla medesima temperatura (e pressione),

$$dh = dQ + v dp = dQ$$

$$h_v - h_l = Q = r$$

ove r indica il calore di vaporizzazione (>0), determinabile sperimentalmente oppure teoricamente applicando la relazione di Maxwell:

$$(\partial p / \partial T)_v = (\partial s / \partial v)_T$$

da cui

$$dp/dT = (r/T) / (v_v - v_l)$$

detta equazione di Clapeyron.

Tale relazione poteva anche essere ricavata, anziché dalla relazione di Maxwell, dalla definizione della funzione di Gibbs, che, differenziata, fornisce, per un passaggio di fase (es. liquido-vapore):

$$df_p = dh - T ds - s dT = v dp - s dT = 0$$

$$\text{da cui } dp/dT = s/v = \text{cost}$$

quindi

$$h_l - T s_l = h_v - T s_v$$

$$h_l - T v_l (dp/dT) = h_v - T v_v (dp/dT)$$

ovvero

$$r / T = (dp/dT)(v_v - v_l)$$

All'interno della zona di coesistenza tra liquido e vapore, si avrà:

$$h_x = h_l + r x = h_l + (h_v - h_l) x$$

Nella zona del vapore surriscaldato, l'entalpia si ottiene a partire dal valore h_v corrispondente alle condizioni di vapore saturo secco ed applicando ancora la relazione

$$(h - h_v) = \int [-T(\partial v / \partial T)_p + v] dp + c_p dT$$

Muovendosi su una linea isobara, più semplicemente si ottiene

$$(h - h_v) = \int c_p dT$$

Infine, nella zona del liquido e del gas (lontano dalla temperatura critica), la derivata di h rispetto a p (a $T=cost$) può essere trascurata e le variazioni di entalpia sono semplicemente espresse da:

$$dh_l = c_{p,l} dT$$

$$dh_g = c_{p,g} dT$$

dove i pedici l e g denotano liquido e gas, rispettivamente (si noti che per un liquido c_p e c_v sono praticamente coincidenti, mentre per un gas $c_p > c_v$).

Nella figura 7.3 vengono esemplificate graficamente le trasformazioni per valutare in successione l'entalpia sulla curva limite inferiore (1), superiore (2) e nella zona del vapore surriscaldato (3), partendo dallo stato di riferimento (0).

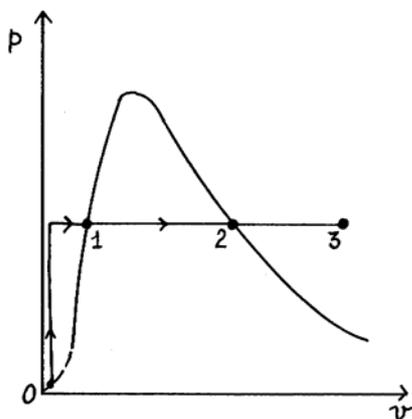


Figura 7.3

Una volta ricostruita la funzione entalpia h su tutto il piano p - v , si può passare all'energia interna applicando la nota relazione:

$$u = h - pv$$

Per quanto concerne l'entropia, si può seguire un procedimento analogo a quanto visto per l'entalpia:

$$ds = dh/T - vdp/T = [- (\partial v / \partial T)_p + v/T] dp + c_p dT/T - vdp/T = - (\partial v / \partial T)_p dp + c_p dT/T$$

$$(s - s_{rif}) = \int_{T=cost} [- (\partial v / \partial T)_p] dp + \int_{p=cost} c_p dT/T \quad (\text{per ottenere i valori di } s_l \text{ sulla curva limite inferiore})$$

$$s_v = s_l + r/T \quad (\text{per ottenere i valori } s_v \text{ sulla curva limite superiore, muovendosi sulla isotermodarica})$$

$$s_x = s_l + (r/T)x = s_l + (s_v - s_l) x \quad (\text{nella zona del vapore saturo})$$

$$s = s_v + \int c_p dT/T \quad (\text{nella zona del vapore surriscaldato})$$

$$ds = c_p dT/T \quad (\text{nella zona del liquido})$$

$$ds = c_p dT/T - R dp/p \quad (\text{nella zona del gas con } T \gg T_{critica})$$

Il diagramma T-s

Una volta determinati i valori delle grandezze di stato u, h, s , è possibile introdurre nuovi diagrammi termodinamici. Il diagramma T - s , con riferimento all'acqua, presenta l'asse delle ascisse (s) collocato in corrispondenza di $T=273.16$ K e le curve limiti inferiore e superiore perfettamente simmetriche (figura 7.4). Le isotermodariche sono ancora rappresentate da segmenti orizzontali, mentre al di fuori della "campana", le isobare sono caratterizzate da un andamento inclinato, con derivata $(dT/ds)_p > 0$ e crescente all'aumentare di T . Le curve ad $x=cost$. possono essere costruite come nel piano p - v . Le curve isocore sono inclinate come le isobare, ma con pendenza superiore (per le stesse motivazioni già esposte nel caso di gas ideali), mentre le curve isoentalpiche sono inclinate ma con pendenza negativa, e tendono a linee orizzontali spostandosi verso la parte destra del diagramma.

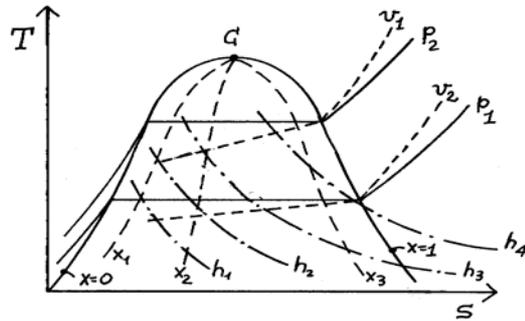


Figura 7.4

Esercizio 7.1:

giustificare l'andamento delle curve ad $h=\text{cost.}$ sul piano $T-s$ nella zona liquido-vapore (L+V) e nella zona del vapore e gas a basse pressioni.

Ricordando che $dh = Tds + vdp = 0$, si ottiene $(ds/dp)_h = -v/T$; $(ds/dp)_h = (ds/dT)_h(dT/dp)_h = -v/T$. Poiché nella zona L+V, $dT/dp > 0$, mentre $-v/T$ è sempre negativo, segue che $(ds/dT)_h < 0$. Inoltre, nella parte destra del diagramma le isobare sono caratterizzate da bassi valori di p , vale quindi il modello dei gas ideali per cui $dh = c_p dT$, ovvero le linee isoterme sono anche isoentalpiche.

Il diagramma h-s

In questo diagramma (figura 7.5), le curve limiti hanno andamento assolutamente asimmetrico, sono chiuse in basso, nel caso dell'acqua, dalla isotermodarica a $T=273.16$ K rappresentata da una linea inclinata, la cui tangente è proporzionale alla temperatura ($dh = Tds + vdp = Tds$, $(dh/ds)_p = T$). Le isotermodariche comprese tra $T=273.16$ K e la temperatura critica sono rappresentate da tratti rettilinei e divergenti. Nella zona del vapore surriscaldato, le pendenze delle curve isobare e delle curve isoterme sono ancora positive, ma cambia la concavità (per $p=\text{cost.}$, $(dh/ds)_p = T$, concavità verso l'alto; per $T=\text{cost.}$, le isoterme tendono a divenire isoentalpiche, ovvero orizzontali, quindi piegano verso destra, con concavità rivolta verso il basso).

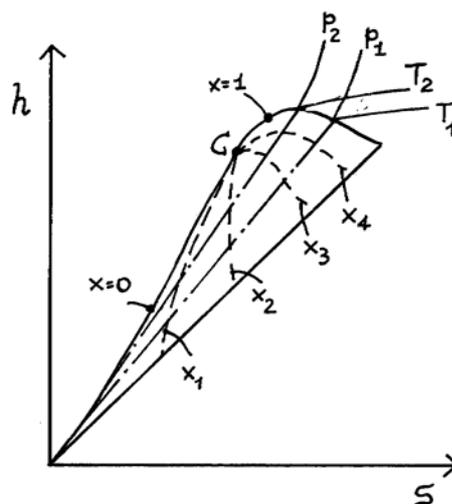


Figura 7.5

Il diagramma p-h

Come si vedrà nel seguito del corso, questo diagramma (figura 7.6) viene utilizzato soprattutto nel campo della refrigerazione, adottando una scala logaritmica ($\log p$ vs. h). La "campana" è asimmetrica ed inclinata verso destra, le isotermodariche sono ancora orizzontali, mentre al di fuori,

le isoterme sono quasi verticali nella zona del liquido e fortemente inclinate nella zona del vapore surriscaldato. Per bassi valori della pressione ed alti valori della temperature, le isoterme tendono a coincidere con le isoentalpiche. La pendenza delle isoentropiche è sempre positiva, in quanto $dh = Tds + vdp$ e, per $ds=0$, $(dp/dh)_s = 1/v > 0$.

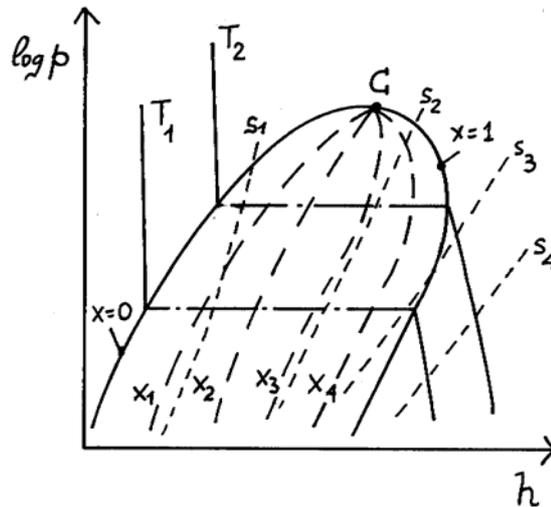


Figura 7.6

Esercizio 7.2:

una massa di vapore acqueo saturo a titolo 0.98 subisce un'espansione adiabatica reversibile dalla pressione di 25 bar alla pressione di 2.25 bar. Determinare il titolo finale e la variazione di volume specifico.

Allo stato iniziale 1 si ha: $p_1=25$ bar, cui corrisponde un volume specifico pari a: $v_1 = (1-x_1)v_l + x_1v_v$ con $v_l=0.0011972$ m³/kg e $v_v=0.079915$ m³/kg (tabella 2B). Segue che $v_1 = (1-0.98) \times 0.0011972 + 0.98 \times 0.079915 = 0.07834$ m³/kg.

Analogamente, $s_1 = s_l + (s_v - s_l) x_1 = 2.5542 + (6.2537 - 2.5542) \times 0.98 = 6.170$ kJ/kgK.

Poiché la trasformazione 1-2 è adiabatica e reversibile, allora $s_2 = s_1 = 6.170$ kJ/kgK, con $p_2 = 2.25$ bar. Per ricavare il titolo a fine trasformazione, si ricorre alla relazione:

$s_2 = s_l + (s_v - s_l) x_2$, dove s_l e s_v corrispondono alla pressione di 2.25 bar ed $x=0$ e $x=1$, rispettivamente, mentre s_2 è noto e vale 6.170 kJ/kg. Pertanto si ottiene:

$$x_2 = (s_2 - s_l) / (s_v - s_l) = (6.170 - 1.56865) / (7.0894 - 1.56865) = 0.833$$

$$v_2 = (1-x_2)v_l + x_2v_v = (1-0.833) \times 0.0010642 + 0.833 \times 0.80190 = 0.668$$
 m³/kg,

$$\text{da cui } v_2 - v_1 = 0.668 - 0.07834 = 0.5897$$
 m³/kg.

Esercizio 7.3:

Ad una massa di vapore acqueo (pressione 20 bar, titolo 0.5) viene ceduta reversibilmente una quantità di calore pari a 1675 kJ/kg secondo due modalità; (a) a pressione costante, (b) a temperatura costante. Determinare : (a) la temperatura finale, (b) la pressione finale.

(a) nell'ipotesi di trasformazione reversibile isobara, per un sistema chiuso si ottiene:

$dQ = du + pdv = dh - pdv - vdp + pdv = dh - vdp = dh$, ovvero $Q_{1-2} = h_2 - h_1 = 1675$ kJ/kg. Alla pressione $p_1 = 20$ bar, si ha $h_1=908.6$ kJ/kg e $r=1888.7$ kJ/kg (tabella 2B). da cui: $h_1=908.6 + 1888.7 \times 0.5 = 1852.7$ kJ/kg, $h_2 = h_1 + Q_{1-2} = 1852.7 + 1675 = 3527.7$ kJ/kg. Il valore ottenuto è superiore a $h_v=2797.3$ kJ/kg, quindi il punto 2 si trova a destra della curva limite superiore. Per

completare le informazioni sullo stato finale (temperatura ed entropia), devo utilizzare le tabelle termodinamiche nella zona del vapore surriscaldato alla pressione di 20 bar. Dalla tabella 3A si osserva che ai valori di temperatura pari a 500 e 600°C corrispondono, rispettivamente, i valori di entalpia di 3467.3 e 3689.2 kJ/kg. Il valore trovato per h_2 è compreso tra questo intervallo, si desume quindi che la temperatura t_2 sarà tra 500 e 600°C. Il valore preciso lo si può ottenere per interpolazione lineare:

$$t_2 = 500 + [h_2 - h(500^\circ\text{C})](600 - 500) / [h(600^\circ\text{C}) - h(500^\circ\text{C})] = 527^\circ\text{C}.$$

(b) operando reversibilmente e a $T = \text{costante}$, si ha $dQ = Tds$, ovvero $Q_{1-2} = T_1(s_2 - s_1)$. Per $p_1 = 20$ bar, in condizioni di saturazione si ha: $t_1 = 212.4^\circ\text{C}$, ovvero $T_1 = 485.5$ K. L'entropia allo stato 1 vale: $s_1 = s_1 + (r/T)x = 2.4468 + 3.8899 \times 0.5 = 4.3918$ kJ/kgK, da cui: $s_2 = s_1 + Q_{1-2}/T = 4.3918 + 1675/485.5 = 7.8419$ kJ/kgK $> s_v$ ($= 6.3367$ kJ/kgK), la pressione finale si ricava ancora ricorrendo alle tabelle per il vapore surriscaldato (tab.3A), con i seguenti dati di ingresso: $t = 212.4^\circ\text{C}$, $s = 7.8419$ kJ/kgK. Per estrapolare il valore di p_2 dalle tabelle, occorre dapprima ricavare, sempre per interpolazione lineare, i valori di entropia alla temperatura di 212.4°C (in base ai valori tabulati a 200 e 250°C); si ottiene ad esempio $s(1 \text{ bar}) = 7.8845$ kJ/kgK e $s(2 \text{ bar}) = 7.5574$ kJ/kgK. Poiché s_2 risulta compreso tra questi due valori, ancora per interpolazione si ottiene: $p_2 = 1 + (2-1)x[s_2 - s(1 \text{ bar})] / [s(2 \text{ bar}) - s(1 \text{ bar})] = 1 + (7.8419 - 7.8845) / (7.5574 - 7.8845) = 1.13$ bar.

Esercizio 7.4:

una portata di 0.5 kg/s di vapore acqueo attraversa un condotto orizzontale a sezione variabile (diametro all'ingresso 100 mm, all'uscita 400 mm). Le condizioni termodinamiche all'ingresso sono le seguenti: $t_1 = 225^\circ\text{C}$, $p_1 = 15$ bar; in uscita si ha: $p_2 = 0.1$ bar, $x_2 = 0.97$. Mediante un'elica interposta tra le due sezioni estreme, si ottiene del lavoro dalla trasformazione, supposta adiabatica. Si chiede di determinare la potenza meccanica ottenuta e la produzione entropica.

Nella sezione di ingresso il vapore è allo stato surriscaldato ($t_1 = 225^\circ\text{C}$ è maggiore della temperatura di saturazione $t_{\text{sat}} = 198^\circ\text{C}$ a 15 bar). Operando per interpolazione lineare si trova $v_1 = 0.1422$ m³/kg e $h_1 = 2859.1$ kJ/kg. In uscita, $p_2 = 0.1$ bar e $v_2 = (1 - x_2)v_1 + x_2 v_v = 0.0010102 \times 0.03 + 0.97 \times 14.6737 = 14.2335$ m³/kg, $h_2 = h_1 + r x_2 = 191.8 + 2392.9 \times 0.97 = 2512.9$ kJ/kg

Dal I principio della termodinamica per sistemi aperti:

$$q - l_e = (1/2) m' (w_2^2 - w_1^2) + m' g (z_2 - z_1) + m' (h_2 - h_1)$$

con $m' = 0.5$ kg/s, $q = 0$, $z_1 = z_2$, $w_1 = m' v_1 / A_1 = 0.5 \times 0.1422 / (\pi \times 0.1^2 / 4) = 9.05$ m/s e $w_2 = m' v_2 / A_2 = 0.5 \times 14.2335 / (\pi \times 0.4^2 / 4) = 56.63$ m/s, da cui

$$l_e = -(1/2) \times 0.5 \times (56.63^2 - 9.05^2) - 0.5 \times (2512.9 - 2859.1) \times 10^3 = 172.3 \times 10^3 \text{ W} = 172.3 \text{ kW}.$$

La produzione entropica la si valuta applicando il II principio:

$$ds = dQ/T + ds_i$$

ovvero $\Delta s_i = s_2 - s_1$.

Dalle tabelle, operando come in precedenza, si ricava: $s_1 = 6.5803$ kJ/kgK e $s_2 = 7.9260$ kJ/kgK, da cui: $\Delta s_i = 7.9260 - 6.5803 = 1.3457$ kJ/kgK e ovvero $\Delta S'_i = m' \Delta s_i = 0.6728$ kW/K (potenza di produzione entropica).

CAPITOLO 8. CICLI DIRETTI

Con il termine “ciclo” si intende sinteticamente una trasformazione ciclica (lo stato finale viene a coincidere con lo stato iniziale). Il *ciclo diretto* è una trasformazione ciclica la cui finalità è trasformare una parte del calore, ceduto dall'esterno al sistema che compie il ciclo, in lavoro. Solo una parte in quanto il secondo principio impedisce la trasformazione integrale di calore in lavoro lungo una trasformazione ciclica (enunciato di Lord Kelvin).

8.1 Il ciclo diretto di Carnot

Il teorema di Carnot, da molti considerato come un ulteriore enunciato del secondo principio della termodinamica, afferma che il ciclo diretto a “maggior rendimento” è quello costituito da due isoterme (cui avvengono gli scambi termici) e due adiabatiche. In un piano T-s il ciclo di Carnot è rappresentato da un rettangolo (figura 8.1). I lati inferiore e superiore rappresentano le trasformazioni isoterme alle quali avvengono gli scambi termici. Alla sorgente termica superiore (T_2) si ha lo scambio di calore Q_{2-3} dall'esterno al sistema (Q_{2-3} è l'energia termica disponibile che si vuole convertire nella maggior parte in lavoro), mentre alla sorgente termica inferiore T_1 si attua lo scambio di calore Q_{4-1} dal sistema verso l'esterno. Lo scambio di lavoro tra il sistema e l'esterno si attua nelle trasformazioni adiabatiche (e isoentropiche, assumendo il ciclo come reversibile) schematizzate dai lati verticali del rettangolo, ovvero nella compressione 1-2 (che richiede lavoro dall'esterno) e nell'espansione 3-4 (che fornisce lavoro dal sistema verso l'esterno).

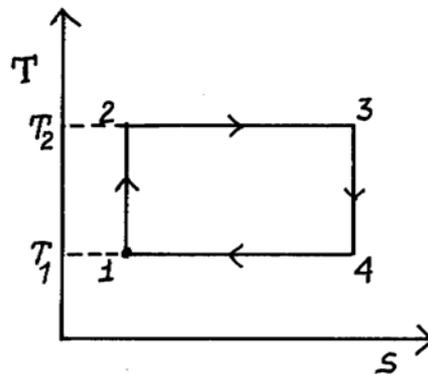


Figura 8.1

Si definisce FRAZIONE UTILIZZABILE del ciclo il rapporto η_0 tra l'effetto utile (il lavoro ottenuto in fase di espansione al netto di quello speso nella compressione) e l'energia (termica) messa a disposizione del ciclo (Q_{2-3})

Pertanto

$$\eta_0 = (L_{3-4} + L_{1-2}) / Q_{2-3}$$

(nel seguito si definirà la “frazione utilizzata” del ciclo, ancora come rapporto tra lavoro netto ottenuto e calore messo a disposizione, ma ipotizzando la non reversibilità delle trasformazioni). Si ricorda che, per effetto della convenzione sui segni, L_{3-4} e Q_{2-3} hanno segno positivo, mentre L_{1-2} ha segno negativo.

Esprimendo i due principi della termodinamica per il sistema chiuso che evolve secondo il ciclo di Carnot:

$$Q_{2-3} + Q_{4-1} - L_{3-4} - L_{1-2} = 0$$

$$Q_{2-3}/T_2 + Q_{4-1}/T_1 = 0$$

Si noti che le trasformazioni sono state assunte reversibili ed i termini Q_{2-3} , Q_{4-1} , L_{1-2} e L_{3-4} sono stati considerati con il loro segno derivante dalla convenzione.

Dopo semplici passaggi, si ricava:

$$\eta_0 = (Q_{2-3} + Q_{4-1}) / Q_{2-3} = 1 + Q_{4-1}/Q_{2-3}$$
$$Q_{4-1}/Q_{2-3} = -T_1/T_2$$

e quindi:

$$\eta_0 = 1 - T_1/T_2$$

Dalla precedente relazione si evince che il “rendimento” (o meglio la frazione utilizzabile) del ciclo di Carnot non può mai essere unitario, neanche in assenza di irreversibilità, poiché T_1/T_2 è sempre positivo (in linea del tutto teorica T_1 potrebbe essere pari a zero, ma si dovrebbe considerare in tal caso la “spesa” per costruire una sorgente termica a tale livello di temperatura). Come conseguenza di ciò, viene ribadita l'impossibilità di convertire integralmente il calore Q_{2-3} in lavoro in un processo ciclico, mentre è invece possibile l'opposto (convertire cioè integralmente il lavoro in calore, anche in un processo ciclico). Pertanto, calore e lavoro, anche se equivalenti da un punto di vista metrologico (si misurano infatti con la stessa unità di misura, il Joule), hanno invece un differente valore operativo (si suole dire che il lavoro meccanico è più pregiato dell'energia termica).

La rappresentazione grafica del ciclo di Carnot sul diagramma T-s (fig.8.1) consente ulteriori considerazioni: poiché le aree sottese alle singole trasformazioni sono proporzionali agli scambi di calore, rimane evidente che la massima frazione utilizzabile per un ciclo operante tra due temperature estreme si ha proprio quando gli scambi di calore avvengono lungo delle isoterme; il grafico chiarisce anche il perché η_0 aumenta al diminuire di T_1 (e a parità di T_2).

Esercizio 8.1:

si valuti la quantità minima di calore Q da fornire, per kg di fluido evolvente, alla temperatura $T_2=700$ K, per ottenere un lavoro di 1 kJ/kg, posta $T_1=300$ K.

I dati del problema sono $T_2=700$ K, $T_1=300$ K, $L=1$ kJ/kg; la frazione utilizzabile del ciclo è $\eta_0 = 1 - T_1/T_2 = 0.571$. La quantità minima di calore Q da mettere a disposizione del ciclo è pertanto $Q = L/\eta_0 = 1.75$ kJ/kg.

Se per il ciclo operante tra le due sorgenti termiche T_1 e T_2 si considerano le irreversibilità (concentrate nelle trasformazioni di espansione/compressione), il secondo principio afferma che:

$$Q_{2-3}/T_2 + Q_{4-1}/T_1 + \sigma_i = 0$$

Dove σ_i , dato dall'integrale di ds_i lungo il ciclo, rappresenta un termine, sempre positivo, chiamato “traccia termodinamica”.

Ne segue che la “frazione utilizzata” η è pari a:

$$\eta = (Q_{2-3} + Q_{4-1}) / Q_{2-3} = 1 - T_1/T_2 - \sigma_i T_1/Q_{2-3} = \eta_0 - \sigma_i T_1/Q_{2-3}$$

ovvero la presenza della “traccia termodinamica” contribuisce ad una riduzione del fattore η .

Nella pratica è estremamente complicato realizzare macchine termiche operanti secondo il ciclo di Carnot. Se si considera poi un fluido monofase (un gas, ad esempio), le fasi di riscaldamento e raffreddamento contemplanò un aumento o diminuzione della temperatura: ciò comporta una inevitabile riduzione dell'efficienza termodinamica e quindi frazioni utilizzabili (o utilizzate, se sono presenti irreversibilità) ben inferiori a quelle raggiunte dal ciclo di Carnot operante tra i livelli termici estremi. Alcuni dei cicli proposti nel seguito utilizzano aria come fluido evolvente; l'aria è assimilata a gas ideale (con calori specifici costanti con T) ed i processi di combustione che si stabiliscono in una particolare fase del ciclo vengono assimilati a scambi di calore dall'esterno verso il sistema, sempre considerato chiuso.

8.2 Il ciclo Joule

Tale ciclo costituisce il riferimento termodinamico per lo studio dei turbomotori a gas, sia di tipo chiuso (ove lo scambio termico alla sorgente inferiore avviene tramite uno scambiatore di calore) che di tipo aperto (ove si ha lo scarico dei prodotti della combustione a valle della turbina direttamente in atmosfera, simulato con una trasformazione fittizia che “chiude” il ciclo termodinamico).

Nel caso ideale (trasformazioni reversibili), il ciclo Joule è così composto (v. rappresentazioni sui piani p-v e T-s di figura 8.2):

- compressione isoentropica (1-2)
- fornitura di calore a pressione costante (2-3)
- espansione isoentropica (3-4)
- cessione di calore a pressione costante (4-1)

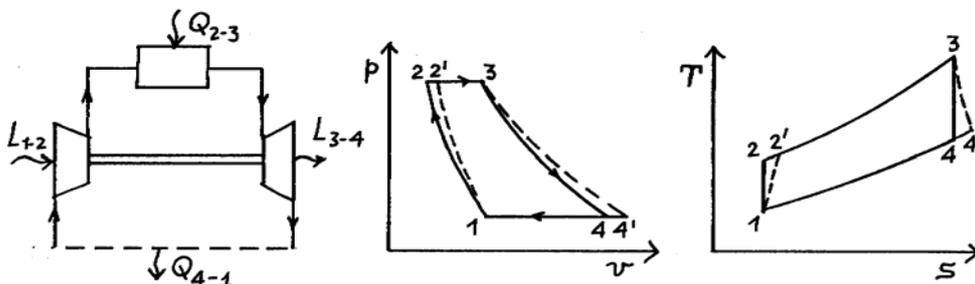


Figura 8.2

Le quattro trasformazioni descritte avvengono attraverso sistemi “aperti” (ovvero con deflusso di massa). La frazione utilizzabile η_0 è espressa dal rapporto tra il lavoro ottenuto al netto di quello speso (ovvero la somma algebrica dei “lavori” scambiati durante la trasformazione ciclica) ed il calore messo a disposizione nella fase di combustione:

$$\eta_0 = \frac{\sum L}{Q_{2-3}} = \frac{(L_{1-2} + L_{3-4})}{Q_{2-3}}$$

Si ha inoltre, per il primo principio applicato alla trasformazione ciclica:

$$(L_{1-2} + L_{3-4}) = Q_{2-3} + Q_{4-1}$$

e, poiché l'integrale ciclico del prodotto pv è nullo, si ha pure che

$$(L_{1-2} + L_{3-4}) = (L_{e,1-2} + L_{e,3-4}).$$

In definitiva, si può scrivere

$$\eta_0 = \frac{(L_{e,1-2} + L_{e,3-4})}{Q_{2-3}} = \frac{(Q_{2-3} + Q_{4-1})}{Q_{2-3}} = 1 + \frac{Q_{4-1}}{Q_{2-3}}$$

Gli scambi di calore Q_{4-1} e Q_{2-3} possono essere determinati applicando il I principio per sistemi aperti. Ad esempio, nel caso della camera di combustione, trascurando le variazioni dei termini energetici “macroscopici”, si ha:

$$Q_{2-3} - L_{e,2-3} = h_3 - h_2$$

e poiché $L_{e,2-3}$ è nullo

$$Q_{2-3} = h_3 - h_2$$

Analogamente:

$$Q_{4-1} = h_1 - h_4$$

e quindi

$$\eta_0 = (Q_{2-3} + Q_{4-1}) / Q_{2-3} = 1 + (h_1 - h_4) / (h_3 - h_2)$$

Considerando l'aria come gas ideale:

$$\eta_0 = 1 + (h_1 - h_4) / (h_3 - h_2) = 1 + [c_p(T_1 - T_4)] / [c_p(T_3 - T_2)] = 1 - (T_4 - T_1) / (T_3 - T_2)$$

Trattando compressore ed espansore come organi aperti (ed adiabatici, visto che le rispettive trasformazioni sono supposte isoentropiche e reversibili):

$$-L_{e,1-2} = h_2 - h_1$$

$$-L_{e,3-4} = h_4 - h_3$$

$$L_{e,1-2} + L_{e,3-4} = h_1 - h_2 + h_3 - h_4 = (h_3 - h_2) - (h_4 - h_1) = c_p[(T_3 - T_2) + (T_4 - T_1)].$$

Infine, in base alla isoentropicità della compressione/espansione, essendo il fluido un gas ideale:

$$(T_2/T_1) = (p_1/p_2)^{(1-k)/k} = r_p^{(k-1)/k}$$

$$(T_3/T_4) = (p_4/p_3)^{(1-k)/k} = r_p^{(k-1)/k}$$

con $r_p = p_2/p_1$, da cui segue

$$T_2/T_1 = T_3/T_4$$

$$\eta_0 = 1 - (T_4 - T_1) / (T_3 - T_2) = 1 - [(T_4/T_1) - 1] / [(T_3/T_2) - 1] (T_1/T_2) = 1 - T_1/T_2 = 1 - 1/r_p^{(k-1)/k}$$

Curiosamente, la frazione utilizzabile di un ciclo Joule ideale è simile alla formula di η_0 per un ciclo di Carnot, solo che T_1 e T_2 non sono le temperature estreme del ciclo, bensì quelle di inizio e fine compressione (raffrontando $\eta_0 = 1 - T_1/T_2$ con $\eta_{0,Carnot} = 1 - T_1/T_3$, risulta evidente la ridotta efficienza termodinamica del ciclo Joule, essendo $T_3 > T_2$). Infine, η_0 aumenta con il rapporto r_p tra le pressioni estreme del ciclo; tale rapporto non può crescere all'infinito (cui corrisponderebbe $\eta_0 = 1$, risultato escluso dal II principio) ma sino ad un valore massimo teorico pari a $(T_3/T_1)^{k/(k-1)}$, cui corrisponderebbe $\eta_0 = 1 - T_1/T_3 = \eta_{0,Carnot}$.

Nel caso di un ciclo Joule reale, le irreversibilità sono prevalentemente concentrate negli organi di compressione e di espansione, ancora considerati adiabatici ma non più isoentropici. Si ha pertanto un incremento dell'entropia nei punti reali 2' e 4' (rispetto agli omologhi 2 e 4 del ciclo ideale) pur mantenendosi inalterate le pressioni estreme del ciclo. Le corrispondenti trasformazioni 1-2' e 3-4' vengono tracciate sui piani termodinamici con andamenti tratteggiati (per denotarne l'irreversibilità, v.fig. 8.2).

La frazione "utilizzata" η varrà in questo caso:

$$\eta = (L_{e,1-2'} + L_{e,3-4'}) / Q_{2'-3} = 1 + (h_1 - h_4') / (h_3 - h_2') = 1 + [c_p(T_1 - T_4')] / [c_p(T_3 - T_2')] = 1 - (T_4' - T_1) / (T_3 - T_2')$$

il cui valore sarà senz'altro inferiore a η_0 per effetto delle irreversibilità.

Gli stati 2' e 4' possono essere identificati noti i "rendimenti isoentropici" della compressione e dell'espansione:

$$\eta_{i,c} = (h_2 - h_1) / (h_2' - h_1)$$

$$\eta_{i,e} = (h_3 - h_4') / (h_3 - h_4)$$

8.3 Il ciclo Otto

Il ciclo Otto costituisce il riferimento termodinamico per lo studio dei motori a combustione interna ad accensione per scintilla.

Può essere schematizzato con un ciclo costituito da due trasformazioni adiabatiche e due isocore (figura 8.3). Precisamente, il ciclo prevede la seguente sequenza:

- aspirazione della miscela aria-benzina all'interno del cilindro (0-1);
- compressione adiabatica dal volume V_1 al volume V_2 (1-2);
- combustione a volume costante innescata da una scintilla emessa dalla candela (2-3);
- espansione adiabatica dal volume $V_3 (=V_2)$ al volume $V_4 (=V_1)$, (3-4);
- scarico, a volume costante, dei prodotti della combustione, con ripristino delle condizioni iniziali di pressione (4-1);
- espulsione completa dei fumi ("lavaggio" del cilindro), (1-0).

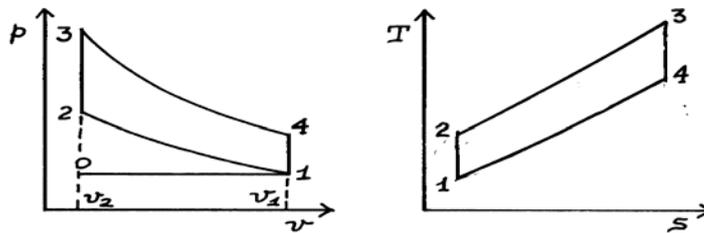


Figura 8.3

Le fasi 0-1 e 1-0 possono essere trascurate dal punto di vista termodinamico; le quattro trasformazioni standard risultano pertanto la compressione isoentropica (1-2), la fornitura di calore $Q_{2,3}$ a volume costante (2-3), la successiva espansione isoentropica (3-4) e la cessione di calore $Q_{4,1}$, ancora a $v=\text{cost}$.

Si noti che le trasformazioni vengono ancora considerate reversibili e relative ad un sistema chiuso (costituito da un gas ideale con calori specifici costanti), anche se in realtà vi è un rinnovo ciclico del fluido.

L'analisi termodinamica è molto simile a quella già vista per il ciclo Joule.

$$\eta_0 = \Sigma L / Q_{2-3} = (L_{1-2} + L_{3-4}) / Q_{2-3} = 1 + Q_{4-1} / Q_{2-3}$$

Poiché tutte le trasformazioni avvengono in un singolo organo (sistema chiuso), gli scambi di calore possono essere ricavati applicando il I principio per sistemi chiusi (per gas ideali):

$$dQ - dL = du = c_v dT$$

$$Q_{2-3} = u_3 - u_2 = c_v (T_3 - T_2)$$

$$Q_{4-1} = u_1 - u_4 = c_v (T_1 - T_4)$$

e quindi

$$\eta_0 = 1 + (u_1 - u_4) / (u_3 - u_2) = 1 - (T_4 - T_1) / (T_3 - T_2)$$

Poiché i processi di compressione ed espansione sono isoentropici, per gas ideali si ha:

$$T_2 / T_1 = (v_1 / v_2)^{k-1} = r_v^{k-1} = (v_4 / v_3)^{k-1} = T_3 / T_4$$

Ove $r_v = v_1 / v_2 = v_4 / v_3$ è il rapporto volumetrico di compressione.

Ne segue che:

$$\eta_0 = 1 - (T_4 - T_1)/(T_3 - T_2) = 1 - (T_1/T_2) [(T_4/T_1) - 1]/[(T_3/T_2) - 1] = 1 - T_1/T_2 = 1 - 1/r_v^{k-1}$$

La frazione utilizzabile aumenta all'aumentare di r_v e tende al valore massimo rappresentato da

$$\eta_{0, \text{Carnot}} = 1 - T_1/T_3$$

cui corrisponde il valore (massimo) di r_v pari a $(T_3/T_1)^{1/(k-1)}$.

8.4 Il ciclo Diesel

Il ciclo Diesel costituisce il riferimento termodinamico per lo studio dei motori a combustione interna ad accensione per compressione, caratterizzato dalle seguenti fasi (figura 8.4):

- aspirazione dell'aria nel cilindro (0-1);
- compressione adiabatica dell'aria dal volume V_1 al volume V_2 (1-2);
- combustione a pressione costante grazie all'iniezione del combustibile nel cilindro, (2-3);
- espansione adiabatica, durante la quale si ristabilisce il volume V_1 , (3-4);
- scarico a volume costante dei prodotti di combustione con ripristino della pressione p_1 , (4-1);
- espulsione completa dei fumi (1-0).

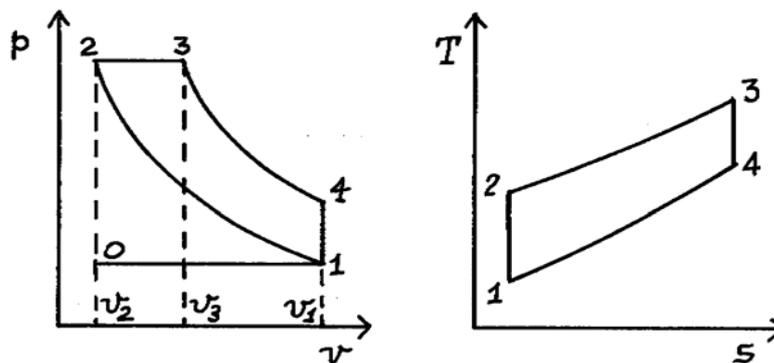


Figura 8.4

Anche in questo caso, l'analisi termodinamica si riduce allo studio di quattro trasformazioni: due isoentropiche, una isobara ed una isocora; considerando ancora un sistema evolvente "chiuso" (anche se in alcune fasi del ciclo la massa del fluido vettore cambia, per l'iniezione del combustibile), costituito da un gas ideale, secondo trasformazioni reversibili. Gli scambi di calore sono qui concentrati lungo l'isobara (2-3) e l'isocora (4-1).

L'analisi termodinamica conduce ai seguenti risultati:

$$\eta_0 = (Q_{4-1} + Q_{2-3}) / Q_{2-3} = 1 + Q_{4-1} / Q_{2-3}$$

$$Q_{4-1} = u_1 - u_4 = c_v(T_1 - T_4)$$

$$Q_{2-3} = u_3 - u_2 + L_{2,3} = c_v(T_3 - T_2) + p_2(v_3 - v_2) = c_v(T_3 - T_2) + R(T_3 - T_2) = c_p(T_3 - T_2)$$

e quindi

$$\eta_0 = 1 - c_v(T_4 - T_1) / [c_p(T_3 - T_2)] = 1 - (T_4 - T_1) / [k(T_3 - T_2)] = 1 - (T_1/kT_2) [(T_4/T_1) - 1] / [(T_3/T_2) - 1]$$

e poiché per il processo di compressione (1-2) vale ancora la relazione:

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1} = r_v^{k-1}$$

Per la trasformazione (2-3), il rapporto r_c tra i volumi v_3 e v_2 vale:

$$r_c = v_3/v_2 = T_3/T_2$$

essendo la trasformazione isobara ed il gas evolvente ideale.

Il rapporto T_4/T_1 vale

$$T_4/T_1 = (T_4/T_3)(T_3/T_2)/(T_2/T_1) = (T_4/T_3) r_c r_v^{k-1}$$

dove, in relazione al processo di espansione (3-4),

$$T_4/T_3 = (v_3/v_4)^{k-1} = (v_3/v_2)^{k-1} (v_2/v_4)^{k-1} = r_c^{k-1} (v_2/v_1)^{k-1} = r_c^{k-1}/r_v^{k-1}; \text{ ovvero}$$

$$T_4/T_1 = (r_c^{k-1}/r_v^{k-1}) r_c r_v^{k-1} = r_c^k$$

Ritornando alla frazione utilizzabile:

$$\eta_0 = 1 - (T_1/kT_2) [(T_4/T_1)-1]/[(T_3/T_2)-1] = 1 - [1/r_v^{k-1}](r_c^k-1)/[k(r_c-1)]$$

Si noti che il termine $(r_c^k-1)/[k(r_c-1)]$ è sempre maggiore di uno; ne segue che η_0 per un ciclo Diesel è sempre inferiore all'analogia quantità calcolata per un ciclo Otto a parità di rapporto volumetrico di compressione. In realtà i motori funzionanti secondo il ciclo Diesel può operare con rapporti di compressione molto più elevati rispetto ai motori operanti secondo il ciclo Otto; un possibile raffronto tra i rendimenti potrebbe essere effettuato, ad esempio, a parità di temperatura massima (T_3) del ciclo. Un tale confronto, operato per via grafica sul piano T-s, porterebbe a rendimenti più elevati per il ciclo Diesel.

8.5 Cicli diretti a vapore

I cicli diretti a vapore costituiscono il riferimento termodinamico per la schematizzazione dei grandi impianti di produzione dell'energia elettrica.

Da un punto di vista termodinamico, un ciclo diretto a vapore presenta alcuni vantaggi rispetto ai cicli diretti a gas: intanto la compressione avviene in fase liquida e ciò comporta, come si vedrà, una minore spesa di lavoro; le fasi di scambio di calore, accompagnate dalla vaporizzazione e successiva condensazione del fluido, avvengono per larghi tratti secondo delle linee isoterme, come nel ciclo ideale di Carnot. Infine, come fluido evolvente si utilizza l'acqua, che oltre ad essere economico e facilmente reperibili, ha favorevoli proprietà termodinamiche.

Il ciclo Rankine a vapore opera, nel caso ideale, secondo le seguenti trasformazioni (figura 8.5):

- compressione isoentropica in fase liquida, in un organo denominato pompa, (1-2);
- fornitura di calore $Q_{2,3}$ a pressione costante in caldaia, con conseguente riscaldamento in fase liquida del fluido sino alla temperatura di vaporizzazione e quindi vaporizzazione completa lungo la linea isothermobarica, (2-3);
- espansione isoentropica del vapore in un organo denominato turbina, (3-4);
- cessione di calore $Q_{4,1}$ a pressione costante nel condensatore, con cambiamento di fase vapore-liquido, (4-1).

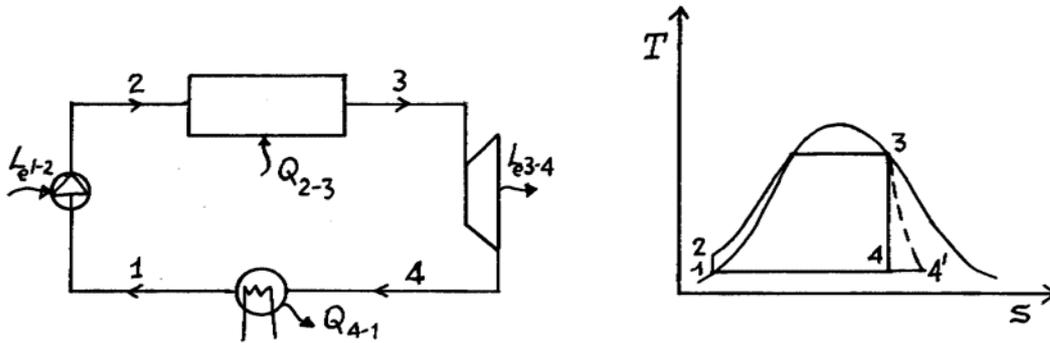


Figura 8.5

E' possibile distinguere tra il ciclo Rankine a vapore saturo (punto 3 a titolo pari ad uno) e il ciclo Rankine a vapore surriscaldato. In quest'ultimo caso il riscaldamento in caldaia prosegue sino a valori di temperatura ben superiori rispetto alla temperatura di saturazione, lungo una isobara all'interno della zona del vapore surriscaldato.

La frazione utilizzabile η_0 è al solito definita dal rapporto tra il lavoro netto ottenuto (in turbina) e la quantità di calore fornita

$$\eta_0 = (L_{e,1-2} + L_{e,3-4}) / Q_{2-3} = 1 + Q_{4-1} / Q_{2-3}$$

considerando i singoli organi dell'impianto come sistemi aperti in regime stazionario, trascurando le variazioni dei termini energetici macroscopici e considerando adiabatiche le trasformazioni nella pompa e in turbina, segue che:

$$-L_{e,1-2} = h_2 - h_1$$

$$Q_{2-3} = h_3 - h_2$$

$$-L_{e,3-4} = h_4 - h_3$$

$$Q_{4-1} = h_1 - h_4$$

da cui

$$\eta_0 = 1 - (h_4 - h_1) / (h_3 - h_2) = [(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)] / (h_3 - h_2)$$

Si noti che in genere $L_{e,1-2}$ è, in valore assoluto, molto più piccolo di $L_{e,3-4}$. La dimostrazione è piuttosto semplice:

$$|L_{e,1-2}| = h_2 - h_1 = \int_{1-2} v dp$$

a tal fine si è applicata la relazione

$$dh = T ds + v dp$$

con $ds=0$. (Si poteva anche partire dalla relazione $L_e = L_t - L_p$; da cui, nel caso reversibile, $dL_e = p dv - d(pv) = -v dp$, ovvero $|L_{e,1-2}| = \int_{1-2} v dp$).

Poiché per un liquido il volume specifico non varia in misura apprezzabile durante una compressione, allora si ottiene:

$$|L_{e,1-2}| = v_1 (p_2 - p_1)$$

In fase di espansione, valgono le medesime relazioni. Pertanto il lavoro (positivo) ottenuto è espresso da:

$$L_{e,3-4} = h_3 - h_4 = -\int_{3-4} v dp = v_v^* (p_2 - p_1)$$

ove v_v^* è un volume specifico medio del vapore durante l'espansione. Ora, poiché v_v^* è molto maggiore di v_1 (il volume occupato da 1kg di vapor acqueo è molto maggiore ad quello occupato da 1 kg d'acqua, che è circa 1 litro = $10^{-3}m^3$), si ottiene che il lavoro ottenuto in turbina è decisamente superiore a quello speso per comprimere il liquido, a parità di salto di pressione. Per questo motivo, spesso è implicita l'approssimazione $h_1=h_2$ e $\eta_0 = (h_3 - h_4)/(h_3 - h_1)$

Nel caso del ciclo Rankine (a vapor saturo) reale, occorre tenere conto delle irreversibilità, concentrate prevalentemente nell'organo di espansione (turbina). La conseguente trasformazione 3-4' avverrà tra le stesse pressioni estreme, ma sarà accompagnata da un aumento di entropia (adiabatica non isoentropica), per cui il titolo del vapor saturo a fine espansione sarà maggiore rispetto al caso ideale (andamento tratteggiato in fig.8.5).

La frazione utilizzata η sarà quindi espressa da:

$$\eta = 1 - (h_{4'} - h_1)/(h_3 - h_2) = [(h_3 - h_{4'}) - (h_2 - h_1)] / (h_3 - h_2) \approx (h_3 - h_{4'}) / (h_3 - h_2)$$

introducendo il rendimento isoentropico di espansione $\eta_{i,e}$

$$\eta_{i,e} = (h_3 - h_{4'}) / (h_3 - h_4)$$

sempre inferiore ad uno,
si otterrà:

$$\eta = \eta_0 \eta_{i,e}$$

da cui risulta ovviamente che il rendimento del ciclo reale è inferiore a quello determinato nel caso ideale.

Dall'esame del ciclo Rankine (ideale) a vapor saturo tracciato sul piano T-s si possono dedurre possibili strategie per migliorarne il rendimento. Ad esempio, ricordando che le aree sottese alle trasformazioni sono proporzionali agli scambi di calore (portando l'asse T a 0 K), si può scrivere:

$$\eta_0 = 1 + Q_{4-1}/Q_{2-3} = 1 - T_{4-1}(s_4 - s_1) / [T_{2-3}(s_3 - s_2)]$$

ove T_{4-1} e T_{2-3} sono le temperature medie nelle rispettive trasformazioni. Poiché $(s_4 - s_1) = (s_3 - s_2)$, allora si ha:

$$\eta_0 = 1 - T_{4-1}/T_{2-3}$$

Si osserva che riducendo la temperatura di condensazione T_{4-1} (a parità di altre condizioni) aumenta di conseguenza il rendimento. Tuttavia vi sono limiti operativi che non consentono di scendere troppo con la temperatura di condensazione (cui corrisponderebbero pressioni troppo basse).

Si può in alternativa pensare di innalzare la pressione (e quindi la temperatura T_{2-3}) in fase di vaporizzazione, anche in questo caso vi sono però limiti operativi che non consentono pressioni troppo elevate in caldaia. Un possibile accorgimento consiste allora nel prolungare il riscaldamento a vaporizzazione completa, ed espandere successivamente il vapore in turbina a partire dalle condizioni surriscaldate (ciclo Rankine a vapore surriscaldato figura 8.6).

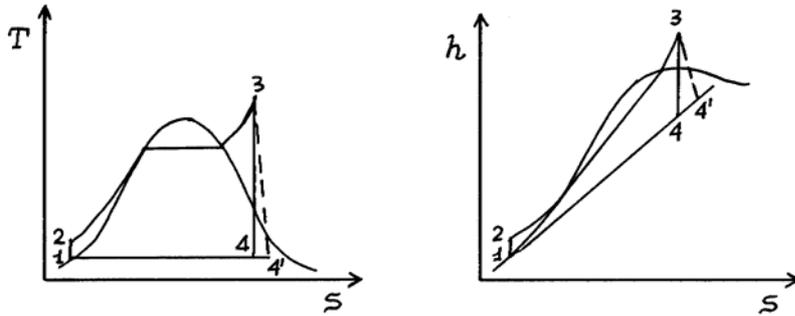


Figura 8.6

Esercizio 8.1:

si consideri un impianto motore a vapore (portata 90 ton/h), con semplice surriscaldamento (sino a 482°C), operante con una pressione massima di 60 bar, una temperatura di condensazione pari a 65°C ed un rendimento isoentropico di espansione pari a 0.8. Determinare la frazione utilizzata e la portata di refrigerante (acqua) richiesta al condensatore.

In base alle informazioni del testo, è possibile ricavare passo dopo passo i valori di entalpia per gli stati termodinamici che caratterizzano il ciclo, schematizzato in fig.8.7(a). Sono note le condizioni di fine riscaldamento (60 bar, 482°C). Dalle tabelle del vapor acqueo per la zona del gas (tab.3B), si ricava, dopo interpolazione, $h_3 = 3378.5$ kJ/kg e $s_3 = 6.821$ kJ/kgK. La successiva espansione in turbina sino alla pressione di 0.25 bar (che corrisponde alla temperatura di saturazione di 65°C) avviene, nel caso ideale, isoentropicamente. Quindi $s_4 = s_3 = 6.821$ kJ/kgK. Poiché alla pressione di 0.25 bar, si ha $s_v = 7.832 > s_4$, la fine espansione ideale cadrà nella zona del vapore saturo. Precisamente, il titolo x_4 vale: $x_4 = (s_4 - s_l) / (r/T) = (6.821 - 0.8933) / 6.939 = 0.854$ e $h_4 = h_l + r x_4 = 272 + 2346.4 \times 0.854 = 2276$ kJ/kg. L'espansione reale è caratterizzata da $\eta_{i,e} = (h_3 - h_{4'}) / (h_3 - h_4) = 0.8$, ovvero $h_{4'} = h_3 - \eta_{i,e}(h_3 - h_4) = 3378.5 - 0.8 \times (3378.5 - 2276) = 2496.5$ kJ/kg. Poiché $h_{4'} < h_v (= 2618.3$ kJ/kg), anche alla fine dell'espansione reale si hanno condizioni di vapore saturo. In uscita dalla turbina, il vapore entra nel condensatore e si porta isobaricamente al titolo nullo. Di conseguenza, le condizioni vigenti a fine condensazione sono: $x_1 = 0$, $p_1 = 0.25$ bar, $h_1 = 272$ kJ/kg. Successivamente, il fluido, in fase liquida, viene compresso da 0.25 a 60 bar nella pompa. Ipotizzando un rendimento di compressione unitario, dal I principio si ha: $-L_e = h_2 - h_1 = \int_{1-2} v dp \approx v (p_2 - p_1) = -10^{-3} (60 - 0.25) 10^5 = -5975$ J/kg = -6 kJ/kg. Quindi $h_2 = h_1 - L_e = 272 + 6$ kJ/kg = 278 kJ/kg (come si nota, è possibile con buona approssimazione confondere h_2 con h_1).

La frazione utilizzata η è data da:

$$\eta = [(h_3 - h_{4'}) + (h_1 - h_2)] / (h_3 - h_2) = [(3378.5 - 2496.5) - 6] / (3378.5 - 278) = 0.283.$$

Si noti che, confondendo h_2 con h_1 si otterrebbe $\eta = (h_3 - h_{4'}) / (h_3 - h_1) = 0.284$, con un errore inferiore all'1%. Inoltre, si fa presente che η tiene solo conto degli aspetti termodinamici; in un impianto a vapore, infatti, il rendimento dipende anche dal rendimento della caldaia, dal rendimento meccanico della turbina e dal rendimento elettrico dell'alternatore (questi due ultimi termini sono molto prossimi a 1).

La potenza (netta) sviluppata è pari a:

$$l_e = m'_{vap} [(h_3 - h_{4'}) + (h_1 - h_2)] = (90 \times 10^3 / 3600) [(3378.5 - 2496.5) - 6] = 21900 \text{ kW} = 21.9 \text{ MW}.$$

La portata di refrigerante (acqua) m'_{refr} necessaria per condensare il vapore risulta dal seguente bilancio energetico: flusso termico ceduto dal vapore condensante $q = m'_{vap}(h_{4'} - h_1) =$ flusso termico acquisito dal refrigerante $m'_{refr} \Delta h_{refr}$. La variazione di entalpia del refrigerante la si ricava ricordando che per un liquido $\Delta h_{refr} \approx c_{p,refr} \Delta T_{refr}$, con $c_{p,refr} = 4.186$ kJ/kgK e ΔT_{refr} posto pari a 10 K. Si ottiene pertanto: $m'_{refr} = m'_{vap}(h_{4'} - h_1) / (c_{p,refr} \Delta T_{refr}) = (90 \times 10^3 / 3600) \times (2496.5 - 272) / (4.186 \times 10) = 1329$ kg/s = 4780 ton/h. (Si noti che occorre una portata di refrigerante oltre 50 volte superiore alla portata di fluido evolvente nel ciclo).

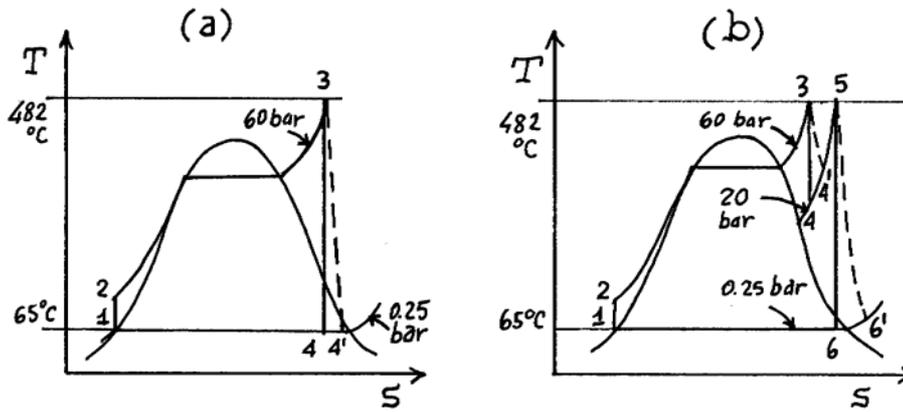


Figura 8.7

Tecnicamente anche il ciclo Rankine a vapore surriscaldato presenta dei limiti operativi, costituiti dalla temperatura di fine surriscaldamento, che non può superare in genere i 600°C. Per incrementare ulteriormente l'efficienza del ciclo, si può pensare di operare un doppio surriscaldamento (o risurriscaldamento), semplicemente espandendo il vapore surriscaldato uscente dalla caldaia sino ad una pressione intermedia (tra le pressioni estreme del ciclo) e quindi surriscaldare nuovamente il vapore sino alla temperatura massima per procedere quindi con una seconda espansione (figura 8.8). Nell'impianto operante secondo il ciclo Rankine a doppio surriscaldamento il vapore espande, fornendo lavoro, attraverso due distinte turbine (dette rispettivamente di alta e bassa pressione) e subisce in riscaldamento intermedio alle due espansioni. Di conseguenza, nel compito della frazione utilizzabile (o utilizzata, nel caso reale), occorre tener conto, a denominatore, del calore complessivo ceduto dal generatore di calore (incluso il secondo surriscaldamento), mentre a numeratore, il lavoro fornito terrà conto del salto di entalpia utilizzato dalle due turbine.

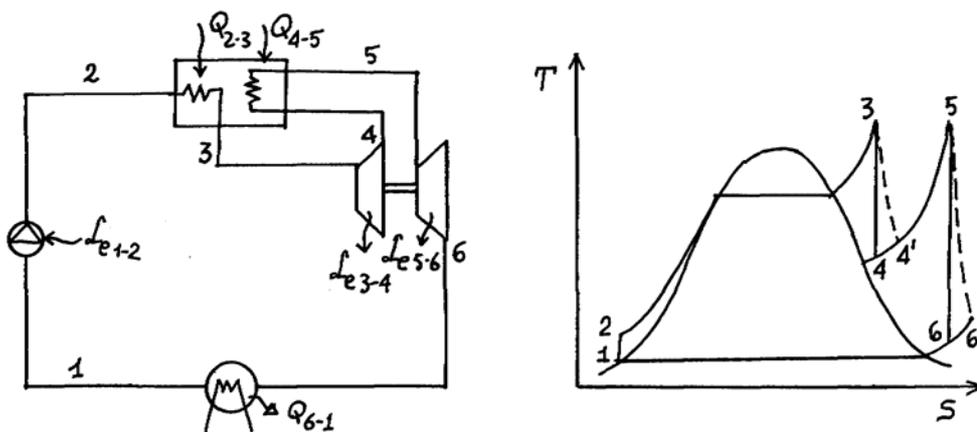


Figura 8.8

Esercizio 8.2:

si consideri l'impianto motore dell'esercizio precedente (8.1) ma con un doppio surriscaldamento, sempre sino alla temperatura massima di 482°C e con pressione intermedia di 20 bar. Calcolare la frazione utilizzata.

Nel caso di un doppio surriscaldamento alle condizioni previste, la prima espansione dal punto 3 ($p_3=60$ bar, $t_3=482^\circ\text{C}$, $h_3=3378.5$ kJ/kg, $s_3=6.821$ kJ/kgK) si arresta alla pressione $p_4=20$ bar, con, nel caso ideale, $s_4=s_3=6.821$ kJ/kgK $> s_v$, a 20 bar (=6.3367). La prima espansione si conclude, quindi, con condizioni di vapore surriscaldato. Utilizzando la tabella del vapor acqueo surriscaldato (tab.3A), la temperatura t_4 la si ricava per interpolazione tra i valori 300 e 350°C, cui corrispondono $s(300^\circ\text{C})=6.7696$ kJ/kgK e $s(350^\circ\text{C})=6.9596$. Pertanto:

$$t_4 = 300 + (350 - 300) \times [s_4 - s(300^\circ\text{C})] / [s(350^\circ\text{C}) - s(300^\circ\text{C})] = 300 + 50 \times (6.821 - 6.7696) / (6.9596 - 6.7696) = 313.5^\circ\text{C}; h_4 = h(300^\circ\text{C}) + (313.5 - 300) \times [h(350^\circ\text{C}) - h(300^\circ\text{C})] / (350 - 300) = 3055.7 \text{ kJ/kg}.$$

Considerando ancora $\eta_{i,e} = 0.8$, l'entalpia di fine espansione reale risulta: $h_{4'} = h_3 - \eta_{i,e}(h_3 - h_4) = 3378.5 - 0.8 \times (3378.5 - 3055.7) = 3120.3$ kJ/kg.

La trasformazione 4'-5 è caratterizzata da un riscaldamento isobaro (a 20 bar) sino alle condizioni: $t_5=482^\circ\text{C}$. Dalla tabella del vapor acqueo (zona del gas, tab.3B) si ricava, per interpolazione:

$$h_5 = h(400^\circ\text{C}) + (482 - 400) \times [h(500^\circ\text{C}) - h(400^\circ\text{C})] / (500 - 400) = 3248.7 + (3467.3 - 3248.7) \times 82 / 100 = 3428 \text{ kJ/kg};$$

$$s_5 = s(400^\circ\text{C}) + (482 - 400) \times [s(500^\circ\text{C}) - s(400^\circ\text{C})] / (500 - 400) = 7.1296 + (7.4323 - 7.1296) \times 82 / 100 = 7.378 \text{ kJ/kgK}.$$

Segue l'espansione nella seconda turbina, sino al raggiungimento, nelle condizioni ideali, di $p_6=0.25$ bar con $s_6=s_5=7.378$ kJ/kgK $< s_v$, a 0.25 bar (=7.832 kJ/kgK). La fine espansione ideale si trova quindi nel vapor saturo, con titolo $x_6 = (s_6 - s_l) / (r/T) = (7.378 - 0.8933) / 6.939 = 0.935$, ed entalpia $h_6 = h_l + r x_6 = 272 + 2346.4 \times 0.935 = 2465$ kJ/kg. Con $\eta_{i,e} = 0.8$, l'entalpia di fine espansione reale risulta: $h_{6'} = h_5 - \eta_{i,e}(h_5 - h_6) = 3428 - 0.8 \times (3428 - 2465) = 2657.6$ kJ/kg $> h_v$, alla pressione di 0.25 bar. Lo stato finale della seconda espansione reale si trova quindi nella zona del vapore surriscaldato. Il ciclo termodinamico così determinato è riportato graficamente in fig.8.7(b).

Nel calcolo della frazione utilizzata, occorre stimare il lavoro ottenuto nelle due espansioni reali (al netto di ciò che viene speso nella pompa) e rapportarlo al calore ceduto nella vaporizzazione con surriscaldamento 2-3 e nel successivo surriscaldamento 4-5. Pertanto:

$$\eta = [(h_3 - h_{4'}) + (h_5 - h_{6'}) + (h_1 - h_2)] / [(h_3 - h_2) + (h_5 - h_{4'})] = [(3378.5 - 3120.3) + (3428 - 2657.6) - 6] / [(3378.5 - 278) + (3428 - 3120.3)] = 0.300$$

Per effetto del doppio surriscaldamento, si è ottenuto quindi un incremento di η da 0.283 (es.8.1) a 0.300, ovvero del 6%.

Come stabilito in precedenza, il ciclo diretto a vapore presuppone l'utilizzo, quale fluido evolvente, di una sostanza in fase liquida (in compressione e nella prima parte del riscaldamento) ed in fase vapore (nelle altre trasformazioni). L'acqua non presenta vantaggi soltanto in base all'economicità e reperibilità, ma anche grazie ad alcune proprietà termodinamiche favorevoli. Ad esempio, presenta un elevato calore di vaporizzazione a pressioni di saturazione non eccessivamente elevate (ciò consente, a parità di calore ceduto in caldaia, di avere meno fluido in circolazione e quindi impianti non eccessivamente ingombranti), non comporta eccessivi volumi specifici in fase di espansione o pressioni troppo basse in fase di condensazione. Inoltre non è un fluido nocivo ed è stabile chimicamente.

CAPITOLO 9. CICLI INVERSI

I *cicli inversi* costituiscono il riferimento termodinamico per la schematizzazione di impianti frigoriferi ed a pompa di calore. Nei *cicli frigoriferi* l'effetto utile è dato dall'asportazione di calore a temperature inferiori a quella ambiente, nei *cicli a pompa di calore* l'effetto utile è invece dato dalla fornitura di calore a temperature superiori a quella ambiente. Si noti che, dal punto di vista termodinamico, non vi sono differenze tra i cicli frigoriferi e quelli a pompa di calore.

9.1 Ciclo inverso di Carnot

Come nel caso dei cicli diretti, il ciclo di Carnot (due adiabatiche e due isoterme) percorso in senso anti-orario costituisce il ciclo inverso più efficiente dal punto di vista termodinamico (figura 9.1). La fase utile del ciclo è qui costituita dalla trasformazione 4-1 a temperatura costante, che evolve da sinistra verso destra per effetto di un assorbimento di calore Q_{4-1} . Nell'adiabatica (reversibile, quindi isoentropica) da 1 a 2 il sistema riceve lavoro dall'esterno e quindi cede il calore Q_{2-3} nella successiva trasformazione isoterma. Il ciclo è chiuso dall'adiabatica isoentropica 3-4.

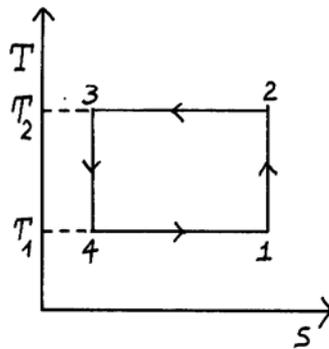


Figura 9.1

L'efficienza (o effetto frigorifero) ε_0 del ciclo corrisponde al rapporto tra l'effetto utile Q_{4-1} ed il lavoro speso $|L_{e,1-2}|$, al netto di quello potenzialmente recuperato nell'espansione $L_{e,3-4}$. Pertanto:

$$\varepsilon_0 = Q_{4-1}/(|L_{e,1-2}| - L_{e,3-4}) = Q_{4-1}/(-L_{e,1-2} - L_{e,3-4}) = Q_{4-1}/(-Q_{4-1} - Q_{2-3}) = -1/(1 + Q_{2-3}/Q_{4-1})$$

Per il II principio applicato al ciclo (reversibile), si ha:

$$\begin{aligned} Q_{2-3}/T_2 + Q_{4-1}/T_1 &= 0 \\ Q_{2-3}/Q_{4-1} &= -T_2/T_1 \end{aligned}$$

e quindi

$$\varepsilon_0 = -1/(1 + Q_{2-3}/Q_{4-1}) = -1/(1 - T_2/T_1) = T_1/(T_2 - T_1)$$

9.2 Ciclo inverso standard

Le trasformazioni che danno luogo ad un ciclo inverso standard sono essenzialmente costituite da:

- compressione in fase aeriforme nel compressore (1-2),

- cessione di calore Q_{2-3} nel condensatore, con raffreddamento isobaro della fase vapore sino alla temperatura di saturazione e quindi passaggio di fase da vapore a liquido (2-3);
- espansione isoentalpica in un organo di laminazione (3-4);
- assorbimento di calore Q_{4-1} nell'evaporatore con passaggio di fase liquido-vapore sino al titolo x unitario.

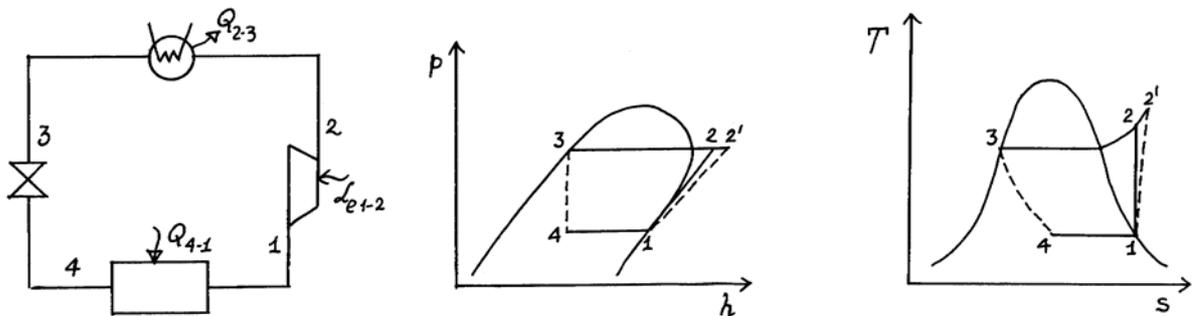


Figura 9.2

Nella rappresentazione grafica di figura 9.2 il ciclo inverso è tracciato sul piano $p-h$, molto utilizzato in campo frigorifero, e sul piano $T-s$. Come si può notare dalla figura, si rinuncia, in fase di espansione, ad un organo capace di ottenere lavoro dal sistema (turbina); ciò è dovuto al fatto che il lavoro ottenuto sarebbe di modesta entità (dati i bassi volumi specifici del fluido in espansione), rendendo anti-economico l'uso di un dispositivo costoso come la turbina. L'espansione viene pertanto effettuata in un dispositivo, detta valvola di laminazione di Joule-Thomson, nel quale il fluido vede ridurre la propria pressione senza scambio di lavoro con l'esterno.

L'espansione di Joule-Thomson

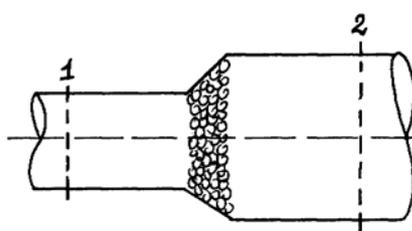


Figura 9.3

L'espansore di Joule-Thomson viene schematizzato come un tratto di condotto orizzontale, con un setto poroso nella sezione centrale (figura 9.3). Il diametro del condotto a monte (sezione 1) è leggermente più piccolo di quello a valle (sezione 2) per i motivi che verranno poi esposti. Applicando il I principio della termodinamica per sistemi aperti in regime stazionario, si ha:

$$Q_{1-2} - L_{e,1-2} = h_2 - h_1 + (1/2)(w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

ove 1 e 2 rappresentano rispettivamente le sezioni di ingresso e di uscita. Assumendo il condotto adiabatico ($Q_{1-2} = 0$), a pareti rigide e indilatabili ($L_{e,1-2} = 0$), per un condotto orizzontale ($z_1 = z_2$) si ottiene:

$$0 = h_2 - h_1 + (1/2)(w_2^2 - w_1^2)$$

La scelta delle sezioni è tale da comportare $w_1 = w_2$. Risulta quindi $h_1 = h_2$, ovvero la trasformazione è isoentalpica.

Esercizio 9.1:

si dimostri che, per un gas ideale, occorre che la sezione di passaggio a valle A_2 sia maggiore della sezione a monte A_1 per garantire la iso-entalpicità della trasformazione di Joule-Thomson.

Nel regime stazionario la portata m' rimane costante. Quindi vale l'equazione di continuità:

$$w_1 \rho_1 A_1 = w_2 \rho_2 A_2$$

che si riduce a

$$\rho_1 A_1 = \rho_2 A_2$$

avendo imposto l'uguaglianza delle velocità in ingresso/uscita.

Nel caso di gas ideali, si ha poi $p v = RT$, ovvero $p = \rho RT$; inoltre $dh = c_p dT = 0$ (quindi $dh=0$ implica $dT=0$). La relazione tra le densità del fluido all'ingresso e all'uscita sarà:

$$\rho_1 / \rho_2 = p_1 / p_2$$

e poiché da 1 a 2 il fluido espande (ovvero vede ridursi la propria pressione) per effetto del setto poroso, si avrà:

$$\rho_1 / \rho_2 = A_2 / A_1 > 1.$$

Esercizio 9.2:

si dimostri che l'espansione di Joule-Thomson non può mai essere dichiarate reversibile.

Il I principio della termodinamica ha fornito come risultato $dh=0$. Per il II principio si ha:

$$dQ + T ds_i = T ds$$

ovvero $ds_i = ds$, essendo la trasformazione adiabatica.

Poiché $dh = T ds + v dp = 0$, si ricava $ds_i = -(v/T) dp$, quantità sempre positiva, essendo $dp < 0$.

Pertanto, la trasformazione di Joule-Thomson andrà indicata a tratteggio sui piani termodinamici, in quanto sempre irreversibile.

Efficienza e consumo meccanico

I parametri prestazionali di un ciclo frigorifero sono dati dall'efficienza ε_0 e dal consumo meccanico specifico γ_0 (il pedice 0 ricorda che ci si sta occupando del ciclo ideale).

L'efficienza

$$\varepsilon_0 = Q_{4-1} / |L_{e,1-2}|$$

è definita dal rapporto tra l'effetto utile (calore sottratto alla "cella" frigorifera) e la spesa energetica costituita dal lavoro fornito nella compressione.

Il consumo meccanico specifico è dato dall'inverso dell'efficienza:

$$\gamma_0 = 1/\varepsilon_0 = |L_{e,1-2}| / Q_{4-1}$$

In base alle relazioni fornite dal I principio per gli organi dell'impianto, supposti aperti:

$$Q_{4-1} = h_1 - h_4$$

$$-L_{e,1-2} = |L_{e,1-2}| = h_2 - h_1$$

e quindi

$$\varepsilon_0 = (h_1 - h_4) / (h_2 - h_1)$$

$$\gamma_0 = (h_2 - h_1) / (h_1 - h_4)$$

Nel caso del ciclo frigorifero reale, le principali fonti di irreversibilità risultano concentrate nella compressione, che sarà accompagnata da un aumento di entropia (adiabatica non isoentropica). Lo stato finale 2' avrà un'entalpia $h_{2'}$ maggiore di h_2 , mentre $p_{2'}=p_2$. Introducendo il rendimento isoentropico di compressione $\eta_{i,c} = (h_2-h_1)/(h_{2'}-h_1)$, segue che l'efficienza ε del ciclo reale sarà data da

$$\varepsilon = (h_1 - h_4)/(h_{2'} - h_1) = \varepsilon_0 \eta_{i,c} < \varepsilon_0$$

Nel caso del ciclo a pompa di calore, qui la finalità è cedere calore alla temperatura superiore, durante la condensazione. Quindi l'efficienza, definita C.O.P. (coefficiente di prestazione, dall'inglese Coefficient Of Performance), è data da:

$$(C.O.P.)_0 = |Q_{2-3}| / |L_{e,1-2}| = (h_2 - h_3) / (h_2 - h_1)$$

e, nel caso reale,

$$(C.O.P.) = (h_{2'} - h_3)/(h_{2'} - h_1)$$

Si noti che:

$$(C.O.P.)_0 = (Q_{4-1} + |L_{e,1-2}|) / |L_{e,1-2}| = 1 + \varepsilon_0$$

ove ε_0 è l'efficienza del ciclo frigorifero operante secondo le medesime trasformazioni (ideali) del ciclo a pompa di calore.

I fluidi frigoriferi

Il fluido impiegato nei cicli inversi (detto "frigorifero") deve avere caratteristiche fisiche particolari: deve cioè avere un'elevata entalpia di passaggio di fase liquido-vapore, una temperatura di vaporizzazione, ad una pressione non troppo diversa da quella ambientale, inferiore alla temperatura "di cella" (ciò esclude l'acqua come fluido frigorifero negli impianti frigoriferi atti a mantenere, nella cella frigorifera, temperature ben inferiori a 0°C), differenze di pressione tra le fasi di condensazione e vaporizzazione non troppo elevate ed infine il volume specifico nella fase di compressione deve essere basso. Un buon compromesso tra queste qualità è realizzato dai fluidi frigoriferi alogenati, idrocarburi derivati dalla catena dell'etano e dal metano, sostituendo alcuni degli atomi di idrogeno con atomi di fluoro e/o cloro. Tali prodotti possono essere riassunti nelle seguenti categorie:

CFC (Cloro-Fluoro-Carburi), tra cui i Freon R12 e R13,
 HCFC (Idro-Cloro-Fluoro-Carburi), tra cui il Freon R22,
 HFC (Idro-Fluoro-Carburi), tra cui il Freon R134,
 FC (Fluoro-Carburi). Tra cui il Freon R14.

Le prime due classi contengono cloro e sono ritenuti nocivi per l'ambiente in quanto la molecola di cloro aggredisce lo strato protettivo di ozono; il loro uso è stato pertanto messo al bando. Tutti i fluidi alogenati sono comunque dannosi in quanto concorrono ad aumentare l'effetto serra. Si pensa pertanto ad una loro progressiva sostituzione con fluidi naturali (ammoniaca, anidride carbonica), che presentano tuttavia altri problemi.

Esercizio 9.3:

Si vogliono ottenere da un impianto frigorifero 100 kW, quale “effetto utile”, a una temperatura di cella pari a -10°C , utilizzando come fluido frigorifero R134a. La condensazione avviene mediante acqua di rete disponibile a 15°C . Determinare: la portata di fluido frigorifero, la potenza del compressore, assumendo un rendimento isoentropico di compressione pari a 0.85, e l'efficienza termodinamica del ciclo.

In base ai dati del problema, occorre fissare le temperature di evaporazione e condensazione. Dovendo mantenere la cella frigorifera a -10°C , l'evaporazione del fluido frigorifero dovrà avvenire ad una temperatura di $8-10^{\circ}\text{C}$ inferiore, ad esempio a -18°C . La condensazione dovrà invece avere luogo ad una temperatura superiore, di $8-10^{\circ}\text{C}$, a quella dell'acqua di rete, ad esempio a 24°C . In base ai dati di tabella 4 e alle informazioni grafiche di figura 9.4, si ricavano ora gli stati termodinamici del ciclo.

Punto 1) $t_1 = -18^{\circ}\text{C}$, $p_1 = 1.448 \text{ bar}$, $x_1 = 1$, $h_1 = 286.51$, $s_1 = 1.7345$;

punto 2) $p_2 = 6.456 \text{ bar}$ ($= p_{\text{sat}}$ a 24°C), $s_2 = s_1 = 1.7345$, dal grafico risulta $h_2 = 320 \text{ kJ/kg}$ ($t \approx 32^{\circ}\text{C}$);

punto 2') $\eta_{i,c} = (h_2 - h_1) / (h_{2'} - h_1) = 0.85$, da cui $h_{2'} = h_1 + (h_2 - h_1) / \eta_{i,c} = 286.51 + (320 - 286.51) / 0.85 = 325.9 \text{ kJ/kg}$ ($t \approx 40^{\circ}\text{C}$);

punto 3) $p_3 = 6.456 \text{ bar}$, $t_3 = 24^{\circ}\text{C}$, $x_3 = 0$, $h_3 = 132.88 \text{ kJ/kg}$;

punto 4) $p_4 = 1.448 \text{ bar}$, $t_4 = -18^{\circ}\text{C}$, $h_4 = h_3 = 132.88 \text{ kJ/kg}$.

Noto l'effetto utile, la portata m' di R134a si ricava dal I principio della termodinamica per sistemi aperti (senza scambio di lavoro e variazione di energia cinetica e potenziale):

$q = m'(h_1 - h_4) = 100 \text{ kW}$, da cui $m' = 100 / (286.5 - 132.9) = 0.651 \text{ kg/s} = 2.34 \text{ ton/h}$.

La potenza del compressore sarà, ancora in base al I principio:

$-l_e = m'(h_{2'} - h_1) = -0.651 (325.9 - 286.5) = -25.66 \text{ kW}$ (il lavoro è negativo perché “entra” nel sistema).

L'effetto frigorifero sarà dato da $\varepsilon = (h_1 - h_4) / (h_{2'} - h_1) = q / |-l_e| = 100 / 25.66 = 3.9$.

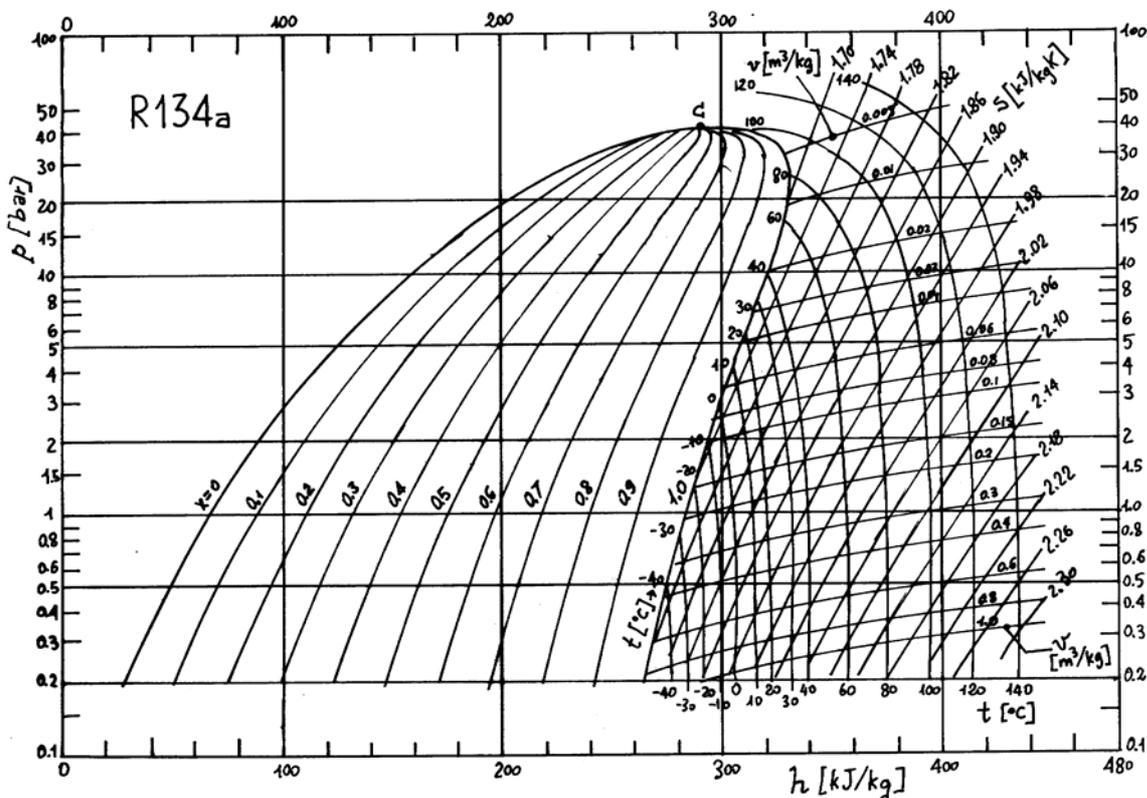


Figura 9.4

9.3 Cicli inversi ad assorbimento

Nei *cicli ad assorbimento* è diversa la modalità di trasferimento del fluido frigorifero dalla bassa pressione (di vaporizzazione) all'alta pressione (di condensazione). Non si utilizza infatti un dispositivo meccanico (il compressore) bensì una reazione chimica tra il fluido frigorifero ed un secondo fluido, seguita da una successiva separazione dei due fluidi, che richiede una cospicua quantità di calore. Gli impianti operanti ad assorbimento (figura 9.5) trovano pertanto applicazione in tutte quelle situazioni dove non si dispone di una potenza meccanica adeguata (per azionare il compressore) e si ha a disposizione una discreta quantità di calore.

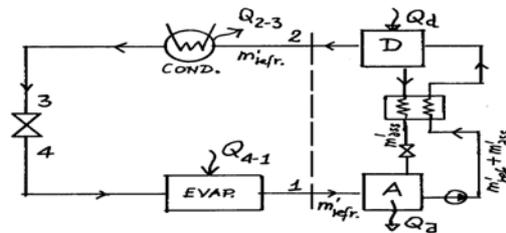


Figura 9.5

Con riferimento al ciclo frigorifero standard, le trasformazioni 2-3, 3-4 e 4-1 avvengono secondo le stesse modalità. All'uscita del vaporizzatore, il fluido frigorifero, allo stato vapore, entra in un dispositivo detto "assorbitore" (A), dove si trova un secondo fluido (fluido assorbente), in fase liquida. Facendo gorgogliare il vapore nel liquido assorbente si stabilisce una reazione chimica, detta di assorbimento, di natura esotermica (il calore Q_a sviluppato va sottratto per non compromettere l'efficienza della reazione di assorbimento). Si forma pertanto una miscela liquida dei due fluidi (frigorifero e assorbente) che viene trasferita alla pressione superiore mediante una pompa (che richiede poco lavoro dall'esterno poiché viene compresso un liquido). A valle della pompa, la miscela liquida entra in un secondo dispositivo, detto distillatore (D), ove avviene la separazione tra il liquido assorbente ed il fluido frigorifero, di nuovo in fase vapore. La distillazione, per avvenire, richiede un apporto di calore Q_d dall'esterno. Per completare l'impianto, occorre riportare il fluido assorbente, separato dal refrigerante nel distillatore, all'assorbitore (per non impoverire progressivamente il contenuto di fluido assorbente) con interposta una valvola di laminazione; inoltre è conveniente disporre uno scambiatore di calore tra la corrente della miscela dei due fluidi diretta al distillatore ed il ritorno di fluido assorbente all'assorbitore (lo scambiatore intermedio serve a pre-riscaldare la miscela diretta al distillatore e a raffreddare il fluido assorbente diretto all'assorbitore).

Negli impianti di questo tipo, l'ammoniaca funge da fluido frigorifero e l'acqua da assorbente; in altre applicazioni (ad esempio nel campo del condizionamento ambientale), l'acqua è il fluido frigorifero ed il bromuro di litio è impiegato come assorbente.

L'efficienza di un ciclo ad assorbimento può essere definita come il rapporto tra l'effetto utile (calore Q_{4-1}) e la "spesa" energetica, rappresentata dal calore ceduto al distillatore Q_d (il lavoro meccanico speso nella pompa si trascura).

$$\varepsilon_0 = Q_{4-1}/Q_d$$

Il I principio applicato al ciclo fornisce:

$$Q_{2-3} + Q_{4-1} + Q_a + Q_d = 0$$

Poiché la temperatura di esercizio dell'assorbitore è generalmente vicina a quella di condensazione (T_3), si può scrivere il II principio nella seguente forma (ipotizzando il ciclo come reversibile):

$$(Q_{2-3} + Q_a)/T_3 + Q_{4-1}/T_1 + Q_d/T_d = 0$$

Nella precedente relazione, si evidenziano tre distinti livelli termici: la temperatura più bassa del ciclo (T_1) alla quale avviene l'effetto utile, una temperatura intermedia T_3 alla quale avviene la condensazione e la reazione d'assorbimento e la temperatura più elevata del ciclo T_d (di solito tra i 100 ed i 130 °C) alla quale si ha la distillazione.

Combinando I e II principio, si ottiene:

$$(Q_{2-3}+Q_a) = -(Q_{4-1}+Q_d)$$

$$-(Q_{4-1}+Q_d)/T_3 = -Q_{4-1}/T_1 - Q_d/T_d$$

$$Q_{4-1} (1/T_1 - 1/T_3) = Q_d (1/T_3 - 1/T_d)$$

$$Q_{4-1}/Q_d = [(T_d - T_3)/T_3 T_d] [T_1 T_3 / (T_3 - T_1)]$$

$$\varepsilon_0 = (1 - T_3/T_d) [T_1 / (T_3 - T_1)]$$

Si può osservare che, curiosamente, l'efficienza del ciclo ad assorbimento ideale è data dal prodotto tra la frazione utilizzabile di un ciclo diretto di Carnot, operante tra la temperatura minima del ciclo T_1 e la temperatura intermedia T_3 e l'efficienza di un ciclo inverso di Carnot, operante tra la temperatura intermedia T_3 e la temperatura massima T_d .

CAPITOLO 10. TERMODINAMICA DEI FLUIDI IN MOTO

In questa sezione viene affrontato lo studio della *termodinamica dei fluidi in moto*, con particolare riferimento ad alcune situazioni di interesse applicativo.

10.1 L'equazione di Bernoulli

Si consideri il moto, in regime stazionario, di un fluido all'interno di un condotto, ipotizzando un deflusso monodimensionale (assumendo cioè le grandezze di stato e cinematiche come uniformi lungo le sezioni trasversali alla direzione del moto), come schematizzato in figura 10.1.

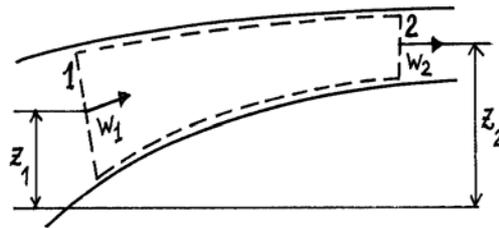


Figura 10.1

Il I principio fornisce la seguente relazione:

$$Q - L_e = (1/2)(w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1)$$

ove 1 e 2 sono rispettivamente le sezioni di ingresso ed uscita. Varrà inoltre l'equazione di continuità:

$$m' = \rho_1 A_1 w_1 = \rho_2 A_2 w_2$$

Passando dall'espressione per la trasformazione finita ad una trasformazione elementare, si ha:

$$dQ - dL_e = dh + wdw + gdz$$

$$d(\rho Aw) = 0$$

e, per il II principio:

$$dQ + Tds_i = Tds$$

Combinando I e II principio, si ottiene

$$Tds - Tds_i - dL_e = dh + wdw + gdz$$

ma $dh = Tds + vdp$, quindi

$$Tds_i + dL_e + vdp + wdw + gdz = 0$$

Il primo termine non può essere trascurato, in quanto il deflusso di un fluido è sempre accompagnato da irreversibilità (dovute all'attrito); è possibile eguagliarlo ad un termine dL_a indicante il lavoro "fittizio" compiuto dalle forze d'attrito sul fluido:

$$dL_a + dL_e + dp/\rho + wdw + gdz = 0$$

ove il volume specifico v è stato sostituito con il termine equivalente $1/\rho$.
Spesso la relazione ottenuta viene divisa per g (accelerazione gravitazionale):

$$dh_a + dh_e + dp/\gamma + wdw/g + dz = 0$$

ove $dh_a = dL_a/g$, $dh_e = dL_e/g$ e $\gamma = \rho g$ (peso specifico del fluido).

L'ultima equazione ottenuta prende il nome di *equazione di Bernoulli*, i cinque termini che la compongono sono chiamati nell'ordine: carico d'attrito, carico motore, carico piezometrico, carico cinetico e carico potenziale; ognuno di essi è dimensionalmente espresso da metri nel S.I., in quanto rapporto tra un'energia (per unità di massa) ed un'accelerazione (quindi energia diviso forza: $[J]/[N]=[m]$).

10.2 Calcolo delle perdite di carico in un condotto

Le *perdite di carico* sono definite come le riduzioni di pressione che si stabiliscono nei condotti in assenza di lavoro esterno netto e di variazioni di energia cinetica e potenziale (figura 10.2). Sono dovute all'azione delle forze viscosse (attrito) e possono essere determinate facendo ricorso all'equazione di Bernoulli.

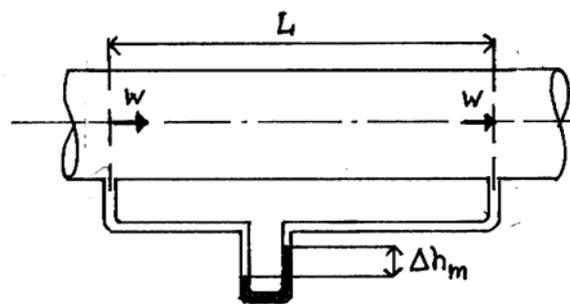


Figura 10.2

Si consideri un condotto orizzontale, a sezione costante, percorso da un fluido incompressibile ($\rho = \text{cost.}$) in regime stazionario.

Valgono le seguenti relazioni:

$$d(\rho A w) = 0, \text{ da cui } w_1 = w_2 \text{ (essendo } dA \text{ e } d\rho = 0),$$

$$dh_a + dh_e + dp/\gamma + wdw/g + dz = 0, \text{ da cui}$$

$$dh_a = -dp/\gamma$$

essendo $dL_e = gdz = wdw = 0$. Poiché $\gamma = \text{cost.}$ (fluido incompressibile), integrando tra le sezioni di ingresso ed uscita, si ha:

$$h_{a,1-2} = (p_1 - p_2)/\gamma$$

il "carico" d'attrito (di segno positivo) è pari quindi alla caduta di pressione diviso il peso specifico (supposto costante) del fluido.

Esercizio 10.1:

si dimostri che la caduta di pressione per attrito misurato da un manometro a mercurio è pari alla differenza di livello del mercurio per il suo peso specifico.

Con riferimento allo schema di figura 10.3, la caduta di pressione ($p_1 - p_2$) per attrito tra le sezioni 1 e 2 può essere espressa nel seguente modo: in condizioni statiche (ovvero con i fluidi contenuti nel tubo capillare nello stato di quiete) $p_A = p_1 + \gamma(h + h_m)$ e $p_B = p_2 + \gamma h$. Le relazioni precedenti esprimono la dipendenza della pressione dalla quota in un fluido in quiete (pressione idrostatica).

Con riferimento alla quota A, sul ramo destro del capillare si può scrivere: $p_A = p_B + \gamma_m h_m$. Pertanto $p_1 + \gamma(h + h_m) = p_2 + \gamma h + \gamma_m h_m$ e cioè $p_1 - p_2 = (\gamma_m - \gamma) h_m$. Se il peso specifico γ_m del liquido manometrico è molto maggiore del peso specifico del fluido nel condotto (nel caso di mercurio e acqua, si ha $\gamma_m/\gamma = 13.6$, per mercurio e aria $\gamma_m/\gamma \approx 10^4$), allora $p_1 - p_2 = \gamma_m h_m$.

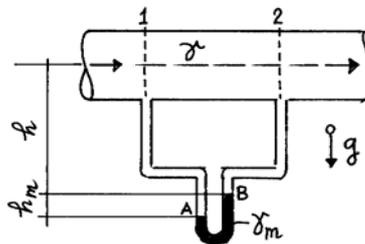


Figura 10.3

Nella pratica, in base a considerazioni semi-empiriche, il “carico” d’attrito viene espresso dalla seguente relazione

$$h_a = f (L/D) w^2/2g$$

ove L è la lunghezza lineare del condotto entro il quale si sviluppano le perdite, D è il diametro interno del condotto, w è la velocità del fluido mediamente vigente nel condotto ed f è un termine adimensionale, chiamato *fattore d’attrito*, che dipende dalle caratteristiche del moto del fluido e dalla rugosità interna del condotto.

Sulla base delle precedente relazione semi-empirica, si può anche scrivere che le cadute di pressione, per unità di lunghezza L, dovute all’attrito, sono date da:

$$|\Delta p|/L = f (1/D) \rho w^2/2$$

Il fattore d’attrito f può essere ricavato dal *diagramma di Moody* (figura 10.4). In questo grafico, di natura bilogarithmica, f viene espresso in funzione del numero adimensionale di Reynolds Re, definito come

$$Re = (wD\rho)/\mu$$

ove μ rappresenta la viscosità dinamica del fluido, una particolare proprietà fisica legata agli sforzi d’attrito che si stabiliscono in seno ad una corrente fluida.

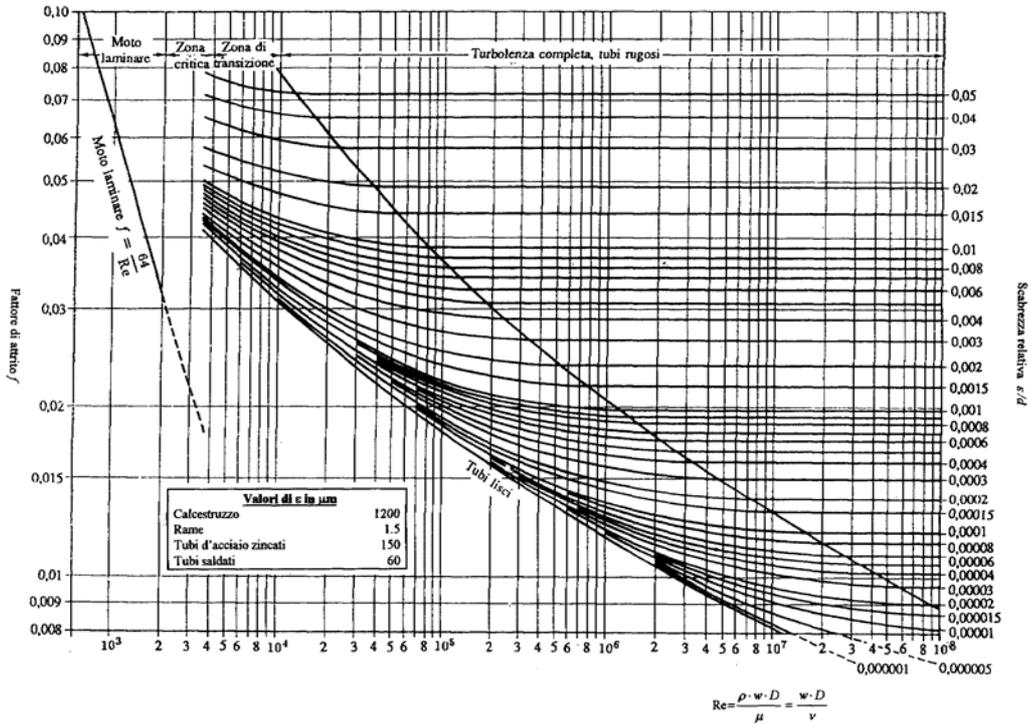


Figura 10.4

In particolare, lo sforzo tangenziale d'attrito che una parete solida esercita su una corrente fluida che scorre su di essa (figura 10.5) è pari a:

$$\tau = \mu (dw/dn)$$

ove n indica la direzione normale alla parete e μ , espressa in $kg/(m \cdot s)$ è la viscosità dinamica del fluido.

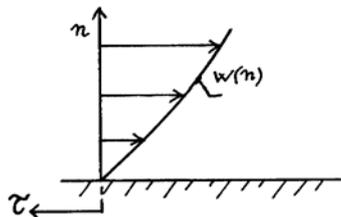


Figura 10.5

Il numero di Reynolds Re è particolarmente importante in fluidodinamica in quanto consente di stabilire importanti caratteristiche del moto in base al suo valore. Infatti, se Re è relativamente basso (inferiore a 2200, nel caso di deflusso all'interno di condotti a sezione circolare), il regime di moto è di tipo *laminare*, ovvero i filetti fluidi scorrono in maniera ordinata ed è possibile prevederne le traiettorie con metodi di calcolo deterministici. All'aumentare di Re , il moto diventa

progressivamente sempre più caotico, con fluttuazioni irregolari delle particelle fluide. Per valori particolarmente elevati di Re (oltre 10000 nel caso di condotti a sezione circolare) il moto diviene completamente *turbolento* e viene analizzato con modelli statistici.

Nel regime laminare, il fattore d'attrito può essere determinato teoricamente e vale

$$f = 64/Re$$

Nel regime turbolento, f non dipende solo da Re ma anche dalla scabrezza relativa del condotto, definita dal rapporto tra l'altezza media delle asperità ε ed il diametro interno del condotto D . Nel diagramma di Moody, (ε/D) agisce come un parametro che tende ad incrementare il valore di f a parità di Re . In particolare, se Re è molto grande, f dipende quasi esclusivamente dal rapporto (ε/D) . Nelle applicazioni pratiche, le perdite di carico non sono unicamente dovute all'azione progressiva dell'attrito sul fluido in moto ma anche all'azione di "disturbo" esercitata da "singolarità" quali bruschi allargamenti o riduzioni di sezione, cambiamenti di direzione indotti da curve, strozzamenti, ostacoli, etc.

Ognuna di queste singolarità introduce un "carico" d'attrito h_a' espresso da:

$$h_a' = f' w^2/2g$$

intendendo con w la velocità media del fluido in prossimità della singolarità e con f' un fattore adimensionale, il cui valore dipende dal tipo di singolarità (ad esempio $f'=0.3-2$ nel caso di una curva a 90 gradi).

In conclusione, il carico d'attrito totale sarà la somma del carico dovuto all'azione dell'attrito lungo il condotto (perdite distribuite) e del carico dovuto alla presenza di singolarità (perdite concentrate)

$$h_{a,tot} = f (L/D) w^2/2g + \sum_i f_i' w_i^2/2g$$

ove i è l'indice relativo alle singolarità presenti ($i=1, \dots, n$).

Esercizio 10.2:

si determini la caduta di pressione per un'unità di lunghezza nel moto stazionario di una corrente d'acqua all'interno di un condotto orizzontale (d'acciaio) con diametro interno pari a 0.15 m. La portata volumetrica è pari a 0.3 m³/s, la densità dell'acqua è 998 kg/m³, la viscosità dinamica è 1.003x 10⁻³ kg/(m s).

La velocità media dell'acqua sarà pari a $w = m' \sqrt{(\pi D^2/4)} = 0.3 / (3.14 \times 0.15^2/4) = 17$ m/s. Il numero di Reynolds sarà quindi $Re = w\rho D/\mu = (17 \times 998 \times 0.15) / (1.003 \times 10^{-3}) = 2.5 \times 10^6$ (regime di moto turbolento), mentre la scabrezza relativa varrà $\varepsilon/D = 150 \times 10^{-6} / 0.15 = 0.001$. Dal diagramma di Moody, risulta $f = 0.02$. Applicando l'equazione di Bernoulli tra le sezioni 1 e 2, interposte ad una distanza L :

$$h_{a,1-2} + (p_2 - p_1)/\gamma = 0, \text{ ovvero } f(L/D) w^2/2g = (p_1 - p_2)/\gamma.$$

$$\text{Pertanto } (p_1 - p_2)/L = (f/D) w^2\gamma/2g = (f/D)\rho w^2/2 = (0.02/0.15) \times 998 \times 17^2 / 2 = 19228 \text{ Pa/m} = 0.19 \text{ bar/m}.$$

Esercizio 10.3:

si consideri il condotto chiuso di fig.10.6 (a). Il moto del fluido è assicurato dall'azione di una pompa che deve trascinare una portata d'olio (densità 900 kg/m³, viscosità dinamica 0.0055 kg/ms) di 4 litri al minuto. La lunghezza complessiva del condotto è di 86 metri, il diametro interno di 1 cm. Calcolare la potenza meccanica richiesta dalla pompa.

La velocità media dell'olio nel condotto è data da $m' \sqrt{(\pi D^2/4)} = (4 \times 10^{-3}/60) / (3.14 \times 0.01^2/4) = 0.85$ m/s, da cui $Re = w\rho D/\mu = (0.85 \times 900 \times 0.01) / (0.0055) = 1391$. Secondo lo schema di figura 10.6 (a), è possibile applicare l'equazione di Bernoulli tra le sezioni 1 e 2, "linearizzando" il circuito: data la distanza ravvicinata tra le due sezioni, le proprietà termodinamiche e cinematiche nelle due

sezioni saranno identiche ($p_1=p_2$, $h_1=h_2$, $w_1=w_2$, $z_1=z_2$); applicando l'equazione di Bernoulli, si otterrà:

$$dh_a + dh_e = 0, \text{ ossia } |h_{e,1-2}| = h_{a,1-2} = f(L/D) w^2/2g.$$

Poiché il regime di moto è laminare, $f = 64/Re = 0.046$ e $h_{a,1-2} = 0.046 \times (86/0.01) \times 0.85^2 / (2 \times 9.81) = 14.57 \text{ m}$.

$$|L_{e,1-2}| = g |h_{e,1-2}| = 9.81 \times 14.57 = 142.9 \text{ J/kg};$$

$$l_{e,1-2} = m' L_{e,1-2} = m' \rho L_{e,1-2} = (4 \times 10^{-3}/60) \times 900 \times 142.9 = -8.57 \text{ W}.$$

Dal I principio della termodinamica per sistemi aperti, risulta $q = l_e = -8.57 \text{ W}$ (il condotto non può quindi essere considerato adiabatico ma cede calore all'esterno).

Esercizio 10.4:

Calcolare la potenza che si deve fornire alla pompa in esercizio nell'impianto di figura 10.6 (b), affinché si possa trasferire una portata d'acqua di 340 litri al minuto dal serbatoio A al serbatoio B. Il diametro interno della tubazione (tubi saldati) è di 8 cm. Si supponga che i livelli dei due serbatoi siano mantenuti costanti. Assumere inoltre $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu=1.3 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$.

Il problema viene affrontato utilizzando l'equazione di Bernoulli. La sezione di ingresso (1) viene collocata sul pelo libero del serbatoio A, mentre la sezione d'uscita è posta in corrispondenza della sezione terminale del condotto. In questo modo, la differenza di pressione tra le due sezioni è pari alla differenza di pressione idrostatica tra le due quote z_1 e z_2 , ovvero $p_2 - p_1 = -\gamma_{aria}(z_2 - z_1)$. Inoltre, poiché la sezione d'ingresso A_1 è molto maggiore della sezione d'uscita $A_2 = \pi D^2/4$, applicando l'equazione di continuità per fluidi incomprimibili ($\rho = \text{cost.}$), si ottiene $w_1 A_1 = w_2 A_2$, ossia $w_1/w_2 = A_2/A_1 \ll 1$.

Pertanto: $dh_a + dh_e + dp/\gamma + wdw/g + dz = 0$, e integrando tra le sezioni 1 e 2:

$$h_{a,1-2} + h_{e,1-2} + (p_2 - p_1)/\gamma + (w_2^2 - w_1^2)/2g + (z_2 - z_1) = 0.$$

Poiché $\gamma_{aria} \ll \gamma$ e $w_1 \ll w_2$, si ha: $h_{a,1-2} + h_{e,1-2} + w_2^2/2g + (z_2 - z_1) = 0$.

La velocità w nel condotto è pari $w = m' \sqrt{(\pi D^2/4)} = (340 \times 10^{-3}/60) / (3.14 \times 0.08^2/4) = 1.13 \text{ m/s}$, da cui $Re = w \rho D / \mu = 1.13 \times 1000 \times 0.08 / 0.0013 = 69500$, $\varepsilon/D = 60 \times 10^{-6} / 0.08 = 0.00075$. Dal diagramma di Moody si ricava $f = 0.022$. Inoltre sono presenti tre curve a 90° che inducono altrettante perdite di carico concentrate ($f' = 1$).

$$h_{a,tot} = f(L/D) w^2/2g + \sum_i f'_i w_i^2/2g = 0.022 (132.4/0.08) 1.13^2 / (2 \times 9.81) + 3 \times 1 \times 1.13^2 / (2 \times 9.81) = 2.370 + 0.195 = 2.565 \text{ m}.$$

$$h_{e,1-2} = -[h_{a,1-2} + w_2^2/2g + (z_2 - z_1)] = -[2.565 + 1.13^2 / (2 \times 9.81) + (36 - 1.2 - 0.7)] = -36.7 \text{ m}$$

$$|l_{e,1-2}| = m' g |h_{e,1-2}| = \rho m' \nu g |h_{e,1-2}| = 1000 \times (340 \times 10^{-3}/60) \times 9.81 \times 36.7 = 2042 \text{ W} = 2.042 \text{ kW}.$$

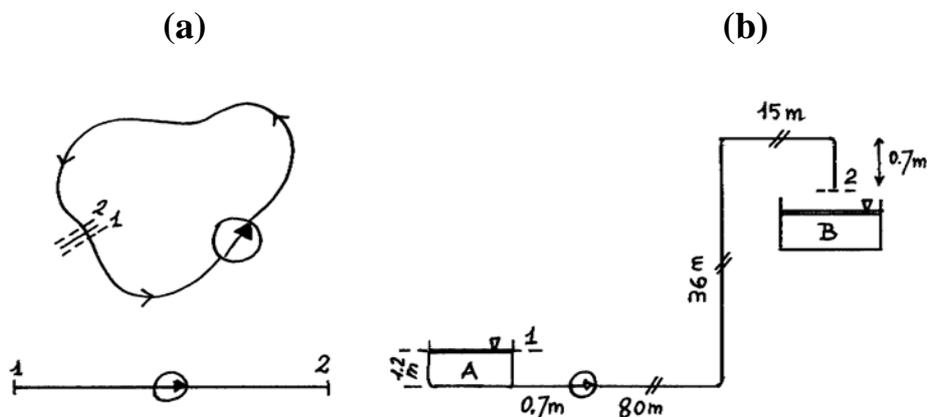


Figura 10.6

10.3 Dimensionamento di un camino

Il *camino* è un dispositivo il cui scopo consiste nel permettere l'evacuazione dei fumi prodotti da una caldaia o da un forno. L'equazione di Bernoulli è lo strumento con il quale è possibile effettuare il corretto dimensionamento del camino nel suo funzionamento a "tiraggio" naturale, ovvero senza l'azione di un ventilatore.

In assenza di lavoro esterno:

$$dh_a + dp/\gamma + wdw/g + dz = 0$$

La schematizzazione del camino (figura 10.7) è rappresentata da un breve tratto orizzontale, di sezione piuttosto estesa, e da un successivo tratto verticale, di diametro interno D e altezza H .

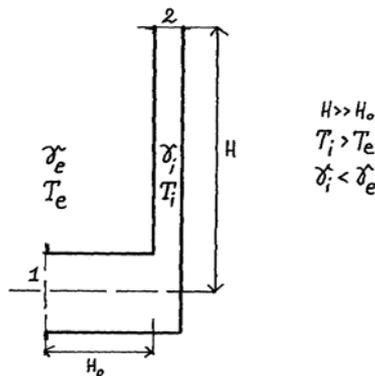


Figura 10.7

L'oggetto del dimensionamento è il diametro del camino D , dal momento che H è spesso legata a vincoli urbanistici, mentre la portata dei fumi m' è legata alla potenzialità della caldaia.

Il problema viene generalmente affrontato ipotizzando che il peso specifico γ_i dei fumi sia costante all'interno del camino (in realtà tende ad aumentare dal basso verso l'alto).

Per applicare correttamente l'equazione di Bernoulli, occorre scegliere con attenzione gli estremi di integrazione, ovvero le sezioni 1 e 2 di ingresso ed uscita. La scelta deve infatti consentire una agevole determinazione dei carichi nella loro espressione integrale.

Ad esempio, collocando la sezione 1 in entrata del tratto orizzontale e la sezione 2 in uscita dal camino, per l'equazione di continuità applicata ad un fluido a densità costante si ha:

$$w_1 A_1 = w_2 A_2$$

e poiché $A_1 \gg A_2$, ne segue che $w_1 \ll w_2$

e quindi, integrando l'equazione di Bernoulli tra 1 e 2:

$$h_{a,1-2} + (p_2 - p_1)/\gamma_i + w_2^2/2g + H = 0$$

I quattro termini presenti nell'equazione di Bernoulli hanno un preciso significato fisico:

$(p_2 - p_1)/\gamma_i$ rappresenta, come si vedrà, l'azione di spinta dei fumi verso l'uscita del camino,

$h_{a,1-2}$ è l'azione resistente associata agli attriti nel camino,

H è l'azione resistente dovuta alla differenza di quota tra la base del camino e la sua sommità,

$w_2^2/2g$ è l'energia cinetica (per unità di massa e divisa per g) impressa al fluido in uscita, tanto maggiore quanto maggiore è il saldo tra l'azione di spinta e le resistenze.

La fuoriuscita dei fumi è dovuta ad un'azione naturale (spinta di Archimede) che si stabilisce in quanto i fumi sono più leggeri dell'aria esterna e quindi tendono a salire spontaneamente verso

l'alto. Infatti, assumendo il modello dei gas ideali sia per i fumi che per l'aria, si ha $p = \rho RT$; ovvero, poiché p ha variazioni modeste, $\rho = A/T$ sia per i fumi che per l'aria, con $A = p/R \approx \text{cost.}$ Si ha quindi che la densità (ovvero il peso specifico) è inversamente proporzionale alla temperatura e siccome la temperatura T_i dei fumi è ovviamente maggiore della temperatura T_e dell'aria esterna, automaticamente il peso specifico dei fumi γ_i è minore del peso specifico γ_e dell'aria esterna.

La differenza di pressione $p_2 - p_1$ può essere a sua volta esplicitata: assumendo infatti la pressione in uscita dal camino pari al valore p_{atm} vigente nell'aria esterna alla medesima quota, si può ricavare p_1 dalla legge:

$$p_1 = p_2 + \gamma_e H$$

che esprime le variazioni di pressione in un fluido stagnante (l'aria esterna) al variare della quota (H). Tale relazione vige nel caso del camino a patto che la camera di combustione non sia stagna, ovvero ipotizzando la sezione 1 in comunicazione (e quindi alla stessa pressione) con l'aria esterna alla medesima quota.

In definitiva, ricordando anche la relazione semi-empirica per il carico d'attrito:

$$f (H/D) w^2/2g + \sum_i f_i' w_i^2/2g - \gamma_e H/\gamma_i + w^2/2g + H = 0$$

ove $w = w_2 = m' / (\rho_1 \pi D^2 / 4)$. La relazione consente di ottenere l'incognita D in funzione degli altri parametri (noti) del problema.

10.4 Deflusso di fluidi comprimibili in condotti a sezione variabile

Lo studio della termodinamica dei fluidi comprimibili in condotti a sezione variabile assume particolare rilevanza nel campo delle turbomacchine. Poiché il moto dei fluidi in tali situazioni è caratterizzato da velocità molto elevate, occorre introdurre l'importante concetto della *velocità del suono*.

La velocità del suono

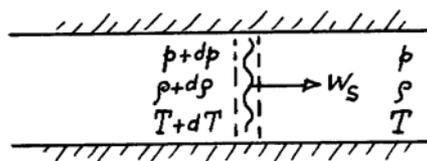


Figura 10.8

Un'onda sonora è una piccola perturbazione che si propaga in un mezzo con una velocità w_s , detta velocità del suono (figura 10.8). Le particelle del mezzo, investite dall'onda sonora, sono soggette a piccole variazioni di pressione, densità e temperatura. L'analisi termodinamica di un'onda sonora prevede la propagazione della stessa (per effetto ad esempio dell'azione di un pistone mobile) da sinistra verso destra in un condotto orizzontale a sezione costante. Il processo è ipotizzato adiabatico e reversibile, perciò isoentropico. Considerando un osservatore solidale con il fronte d'onda (che avanza a velocità w_s), questi sarà investito dal fluido a velocità $-w_s$ (con pressione, temperatura e densità pari a p , T e ρ , rispettivamente). A valle dell'osservatore, vi sarà una modesta fluttuazione delle proprietà termodinamiche ($p+dp$, $T+dT$ e $\rho+d\rho$), nonché della velocità (dw). Essendo l'osservatore in moto con velocità $-w_s$, localmente la velocità varrà $dw - w_s$.

Si scrivano a questo punto le equazione della continuità e della conservazione della quantità di moto. Quest'ultima discende dalla nota legge della dinamica $\Sigma F = m a$, che per un deflusso in regime stazionario assume la forma: $\Sigma F = m' \Delta w$.

$$m' = (\rho + d\rho)(w_s - dw)A = \rho w_s A$$

da cui si ottiene, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore,

$$w_s d\rho = \rho dw$$

e

$$(p + dp)A - pA = m' [(dw - w_s) - (-w_s)] = \rho w_s A [(dw - w_s) - (-w_s)]$$

da cui

$$dp = \rho w_s dw$$

Combinando le due relazioni,

$$dp = \rho w_s dw = \rho w_s^2 d\rho / \rho = w_s^2 d\rho$$

$$\text{da cui } w_s = (\partial p / \partial \rho)_s^{0.5}$$

Se il fluido in cui l'onda sonora si propaga è supposto un gas ideale, allora si può scrivere:

$$p v^k = p / \rho^k = \text{cost.}$$

e differenziando:

$$d(p \rho^{-k}) = 0, -k p \rho^{-k-1} d\rho + \rho^{-k} dp = 0$$

$$k p d\rho / \rho = dp$$

$$w_s = (\partial p / \partial \rho)_s^{0.5} = (k p / \rho)^{0.5} = (k p v)^{0.5} = (k R T)^{0.5}$$

Esercizio 10.3:

si calcoli la velocità del suono nell'aria alla temperatura di 20°C.

Poiché $w_s = (kRT)^{0.5}$, con $k = c_p / c_v = 1.4$, $R = 8314 / 29 = 286.7 \text{ J/kgK}$, $T = 273.15 + 20 = 293.15 \text{ K}$, si ottiene dai calcoli $w_s = 343 \text{ m/s}$. Tale valore tenderà a diminuire a diminuire della temperatura (e quindi all'aumentare della quota dal livello del mare).

L'equazione di Hugoniot

Si consideri ora l'equazione di Bernoulli (in forma differenziale), applicata ad un deflusso di un fluido comprimibile. Si assuma assenza di lavoro esterno e deflusso adiabatico e isoentropico

$$dp/\gamma + w dw/g = 0$$

ovvero, integrando tra le sezioni 1 e 2:

$$\int_{1-2} dp/\gamma + (w_2^2 - w_1^2)/2g = 0$$

(si noti che il peso specifico del fluido in quest'applicazione non è costante e non può essere portato al di fuori del segno d'integrale).

Ricordando l'equazione di continuità e l'espressione ricavata per la velocità del suono:

$$d(\rho Aw) = 0$$

$$w_s = (\partial p / \partial \rho)_s^{0.5}$$

Sviluppando le ultime relazioni in forma differenziale:

$$dp/\rho + wdw = 0$$

$$d\rho/\rho + dA/A + dw/w = 0$$

$$w_s^2 = dp/d\rho$$

ed introducendo il numero di Mach $Ma = w/w_s$, dopo alcuni passaggi si ottiene

$$dp = w_s^2 d\rho$$

$$w_s^2 d\rho/\rho = -wdw$$

$$-wdw/w_s^2 + dA/A + dw/w = 0$$

da cui

$$dA/A = dw/w (Ma^2 - 1)$$

detta *relazione di Hugoniot*.

Dalla relazione di Hugoniot si deduce che:

- per $Ma < 1$ (moto iposonoro), per accelerare un fluido ($dw > 0$) occorre contrarre la sezione di passaggio ($dA < 0$);
- per $Ma > 1$ (moto supersonico), per accelerare un fluido ($dw > 0$) occorre allargare la sezione di passaggio ($dA > 0$);
- indipendentemente dal valore di Ma , gli aumenti di velocità sono accompagnati da riduzioni di pressione e viceversa (infatti dall'equazione di Bernoulli si ha che $dp = -(\rho w)dw$, con ρw sempre positivo);
- la condizione $Ma=1$ (ovvero $w=w_s$) può essere raggiunta nella sezione di area minima o massima (in realtà solo minima) di un condotto ($dA=0$).

Ugello convergente

Un ugello convergente è un dispositivo destinato ad accelerare un fluido comprimibile attraverso una trasformazione supposta adiabatica e isoentropica. Il dispositivo consiste in un tratto di condotto opportunamente sagomato in modo da presentare una progressiva riduzione di sezione (figura 10.9).

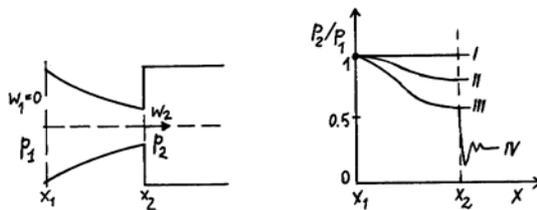


Figura 10.9

Se la pressione a valle dell'ugello (p_2) è inferiore a quella a monte (p_1), si avrà, come conseguenza dell'equazione di Bernoulli, un aumento di velocità. Se inizialmente $w=w_1=0$, la depressione tra monte e valle dell'ugello provocherà un deflusso accompagnato da progressivi incrementi di velocità. Se la pressione a valle p_2 è pari al cosiddetto valore critico $p_{critico}$ (cui corrisponde il raggiungimento della condizione $Ma=1$), l'incremento di velocità sarà tale da comportare $w=w_s$ nella sezione d'uscita, che è quella di area minima (si può dimostrare che per l'aria, $p_{critico} = 0.52$

p_1). Nel caso in cui la pressione p_2 fosse inferiore a $p_{critico}$, non si avrebbero comunque ulteriori aumenti della velocità oltre w_s . Occorrerebbe infatti un tratto di condotto divergente a valle della sezione di area minima per poter ulteriormente accelerare il fluido. In questa situazione, la pressione del fluido subisce una repentina riduzione dal valore $p_{critico}$ posseduto in prossimità della sezione d'uscita al valore p_2 vigente subito a valle: tale riduzione prende il nome di onda d'urto e rappresenta un processo di espansione totalmente dissipativo e quindi non più isoentropico. Date le sue caratteristiche, il fenomeno di onda d'urto è da evitarsi nelle applicazioni pratiche.

La portata massima che si ottiene attraverso un ugello convergente corrisponde al raggiungimento, nella sezione di uscita 2, delle condizioni di $Ma=1$, ovvero:

$$m' = \rho_2 A_2 w_s$$

Ugello convergente-divergente (di De Laval)

L'ugello convergente-divergente (detto di De Laval, figura 10.10) è un miglioramento dell'ugello convergente. La parte divergente, infatti, consente di accelerare il fluido aldilà del valore sonico w_s raggiunto nella sezione di area minima (detta sezione di gola).

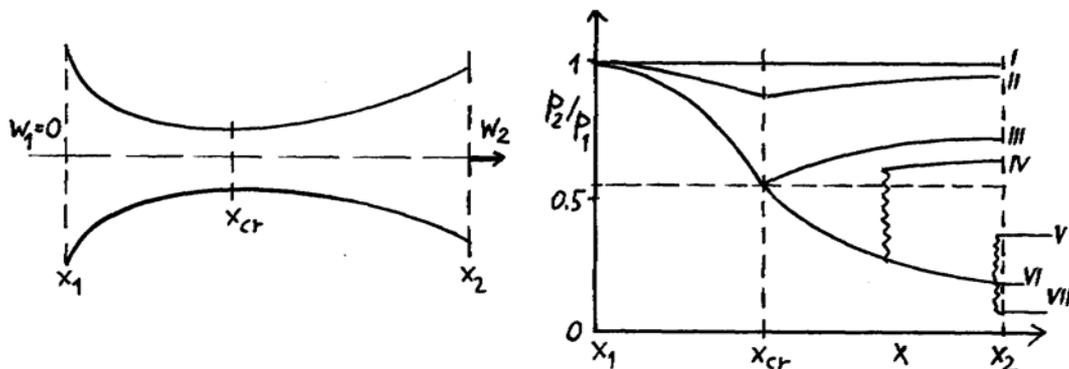


Figura 10.10

Se al condotto convergente-divergente viene applicata una riduzione di pressione tra monte e valle, si avrà anche in questo caso un deflusso all'interno del condotto; la velocità aumenterà nel tratto convergente, mentre la pressione si ridurrà ($dA < 0$, $dw > 0$, $dp < 0$). Se le condizioni di pressione a valle non consentono il raggiungimento delle condizioni $Ma=1$ nella sezione di gola, nel tratto divergente si osserverà una decelerazione del fluido ed un recupero della pressione, sino al valore p_2 in uscita ($dA > 0$, $dw < 0$, $dp > 0$). Quando la pressione a valle p_2 scende sino ad un valore prossimo, ma ancora leggermente superiore a $p_{critico}$, si ottiene nella sezione di gola il valore di pressione critico e $Ma=1$; tuttavia, a valle della sezione di gola, non ci sono le condizioni per ulteriori aumenti di velocità ($p_2 > p_{critico}$), anzi il moto ritorna iposono ($dw < 0$ e $dp > 0$). Per pressioni a valle p_2 inferiori al valor critico, l'andamento di pressione (e velocità) nel tratto convergente rimane identico a quello del caso precedente; nella sezione di gola si raggiunge la condizione $Ma=1$ e nel divergente si assiste ad un proseguimento dell'espansione, con ulteriori incrementi della velocità ($Ma > 1$, $dA > 0$, $dp < 0$, $dw > 0$). Se la pressione in uscita p_2 è pari ad un valore nominale p_n che rappresenta un opportuno valore ottimale per un convergente-divergente avente una determinata forma, l'espansione si completerà isoentropicamente e darà luogo, in uscita, alla velocità massima tecnicamente raggiungibile per quel dato ugello. Diversamente, la pressione del fluido dovrà uniformarsi bruscamente a quella vigente a valle mediante un'onda d'urto, ovvero un processo di espansione non isoentropica. Si noti che, indipendentemente dal valore di velocità w_2 ottenuto in uscita (come si è visto anche superiore a w_s), la portata massica m' può al massimo valere

$$m' = (\rho A)_{s.g.} w_s$$

ove ρ ed A rappresentano rispettivamente la densità del fluido e l'area di passaggio nella sezione di gola.

Le considerazioni suesposte fanno riferimento ad espansioni adiabatiche ed isoentropiche. Tuttavia nel caso reale possono insorgere irreversibilità (anche in assenza di onde d'urto), ad esempio dovute agli attriti. In analogia a quanto visto per turbine e compressori, anche per gli ugelli si può introdurre un rendimento isoentropico di espansione definito come:

$$\eta_{i,w} = (h_1 - h_{2'}) / (h_1 - h_2)$$

dove le condizioni $2'$ fanno riferimento all'espansione reale, che avviene sempre tra le stesse pressioni p_1 e p_2 , ma che è accompagnata da un aumento di entropia e quindi da valori di entalpia in uscita superiori rispetto al caso ideale ($h_{2'} > h_2$).

Data la finalità della trasformazione che si compie in un ugello (trasformazione in energia cinetica del salto entalpico a disposizione), si potrà scrivere:

$$\eta_{i,w} = (h_1 - h_{2'}) / (h_1 - h_2) = (w_{2'}^2 / 2) / (w_2^2 / 2) = w_{2'}^2 / w_2^2$$

e, nel caso di gas ideali, con l'ipotesi di c_p costante con la temperatura,

$$\eta_{i,w} = (h_1 - h_{2'}) / (h_1 - h_2) = (T_1 - T_{2'}) / (T_1 - T_2).$$

CAPITOLO 11. TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

In precedenza sono stati definiti i concetti di gas ideale e di sostanza pura. Per tutte e due le sostanze, lo stato termodinamico è individuato da due grandezze di stato tra loro indipendenti (sono quindi escluse le coppie (h,T) e (u,T) per gas perfetti e (p,T) per sostanze pure nei passaggi di fase). L'aria umida, intesa come miscela di aria secca (non condensabile) e vapor d'acqua (condensabile), rappresenta una sostanza più complicata da analizzare da un punto di vista termodinamico. Secondo la regola delle fasi, infatti, il numero di variabili che ne definisce lo stato è pari a $N=2+n-f$, con $n=2$ (numero componenti: aria secca + vapor d'acqua) ed $f=1$ (aeriforme, i due componenti sono infatti miscelati nella fase gassosa, l'aria, e vapore surriscaldato, il vapor d'acqua). Risulta quindi $N=3$, occorrono allora tre grandezze indipendenti tra loro per individuare univocamente lo stato termodinamico dell'aria umida. Tuttavia, una di queste grandezze, la pressione, può essere, nelle trattazioni elementari, essere ritenuta costante e pari al valore $p=101325$ Pa, valore standard della pressione atmosferica sul livello del mare; in tal caso occorrerà precisare i valori di altre due grandezze di stato per individuare lo stato termodinamico.

11.1 Grandezze di stato

Per l'aria umida vengono definite nuove grandezze di stato, quali l'umidità specifica e l'umidità relativa.

L'**umidità specifica** y è definita come il rapporto tra la massa di vapore m_v e la massa di aria secca m_{as} contenute nel medesimo volume V . Pertanto:

$$y = (m_v/V)/(m_{as}/V) = (\rho_v/\rho_{as})$$

il rapporto tra le densità dei due componenti può essere esplicitato utilizzando, per le densità, le espressioni secondo il modello dei gas ideali (come si vedrà, il modello di gas ideale non s'addice al vapor acqueo nello stato di vapore surriscaldato, ma in questo caso, poiché la sua presenza è percentualmente molto piccola, l'ipotesi è accettabile)

$$y = (p_v/R_v T)/(p_{as}/R_{as} T) = (p_v/p_{as})(R_{as}/R_v)$$

con p_v e p_{as} pressioni "parziali" dei due componenti ($p = p_{totale} = p_v + p_{as}$), mentre R_{as} e R_v sono le costanti particolari dei gas, aria e vapor acqueo, assunti ideali, e cioè: $R_{as} = 8314/28.97 = 287$ J/kgK e $R_v = 8314/18.02 = 461.4$ J/kgK.

In definitiva, si ha:

$$y = 0.622 p_v/(p-p_v)$$

con unità di misura [kg_v/kg_{as}].

L'**umidità relativa** i è il rapporto tra la massa di vapore m_v , contenuta nel volume V , e la massa di vapore m_s presente in condizioni di saturazione, nel medesimo volume ed alla stessa temperatura (per $m > m_s$ si ha la formazione di gocce d'acqua). Ovviamente i è un numero privo di dimensioni, il cui valore è compreso tra 0 ed 1 (ovvero tra 0 e 100%, in termini percentuali). In base alla definizione, si ha:

$$i = (m_v/V)/(m_s/V) = \rho_v/\rho_s = (p_v/RT)/(p_s/RT) = p_v/p_s$$
$$y = 0.622 i p_s/(p - i p_s)$$

La pressione di saturazione p_s , funzione (crescente) della temperatura T , è riportata nella Tabella A1.

L'entalpia H dell'aria umida (espressa in kJ) viene definita in modo leggermente più complesso rispetto alle sostanze pure. Bisogna infatti tener conto che nell'aria umida si hanno due componenti, e quindi

$$H = H_{as} + H_v$$

Essendo H una proprietà additiva.

I due addendi a secondo membro vanno determinati ricordando che H è una grandezza di stato definita in forma differenziale. Per conoscerne il valore puntuale occorre quindi fissare, in uno stato di riferimento, un valore di H convenzionale.

Nel caso dell'aria secca, assimilata a gas ideale, viene fissata $H_{as}=0$ per $t=0^\circ\text{C}$ e quindi la relazione

$$H_{as} = m_{as}c_{p,as}(t - 0) = m_{as} c_{p,as} t$$

fornisce i valori di H_{as} alle temperature diverse da zero.

Per il vapor d'acqua occorre qui considerare la sua natura di vapore surriscaldato (l'ipotesi di gas ideale non è applicabile perché le variazioni entalpiche dovute al vapore sono tutt'altro che trascurabili nelle trasformazioni dell'aria umida). Si può ad esempio porre $H_v = 0$ nelle condizioni di liquido saturo alla temperatura del punto triplo $t=0.01^\circ\text{C}$. Passando dallo stato di riferimento allo stato di vapore surriscaldato lungo un processo isobaro (figura 2.1), si ottiene

$$H_v = m_v [r + c_{p,v} (t - 0.01)] \approx m_v (r + c_{p,v} t)$$

ove r è il calore di vaporizzazione dell'acqua a 0.01°C (pari a 2501 kJ/kg). La precedente formula fornisce l'entalpia del vapore surriscaldato alla pressione del vapore in saturazione a 0.01°C , generalmente differente dalla pressione parziale del vapore acqueo p_v . Sul diagramma T-s, lo stato termodinamico di interesse si trova alla medesima ordinata, ma un poco spostato (verso destra o sinistra) rispetto allo stato cui la relazione fa riferimento. Poiché in quella zona del diagramma T-s le curve isoentalpiche sono quasi orizzontali, la relazione trovata può comunque essere utilizzata anche se p_v è diverso da $p_s(0.01^\circ\text{C})$.

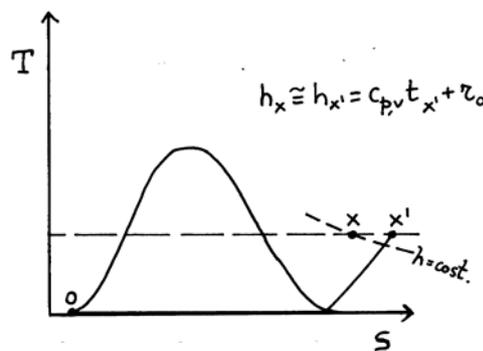


Figura 11.1 Calcolo dell'entalpia del vapor acqueo contenuto nell'aria umida

Riassumendo, si ottiene:

$$H = H_{as} + H_v = m_{as}c_{p,as}t + m_v (r + c_{p,v}t)$$

dividendo per la massa di aria secca m_{as} ed introducendo i valori di r e dei calori specifici da aria secca e vapor acqueo ($c_{p,as} = 1.006$ kJ/kgK e $c_{p,v} = 1.875$ kJ/kgK), si ricava l'entalpia specifica (per unità di massa di aria secca o di miscela, essendo $m_{as}+m_v \approx m_{as}$):

$$h = 1.006 t + y(2501 + 1.875 t)$$

espressa in [kJ/kg_{as}].

11.2 Il diagramma di Mollier

Come effettuato per le sostanze pure, può essere comodo studiare le trasformazioni dell'aria umida su diagrammi termodinamici detti diagrammi psicrometrici. Nella pratica corrente esistono diversi piani psicrometrici; qui verrà introdotto per comodità un solo piano psicrometrico detto piano di Mollier.

Innanzitutto, tale diagramma fa riferimento ad una data pressione (totale) della miscela (aria secca + vapor d'acqua), ovvero $p = 101325$ Pa. Nel caso di pressioni sensibilmente diverse (come accade ad alta quota) occorre applicare delle correzioni ai calcoli effettuati per la pressione standard.

Il diagramma originario (fig.11.2a) prevede l'entalpia specifica h in ordinata e l'umidità specifica y in ascissa. In questa rappresentazione, la curva ad umidità costante $i=1$ (condizioni di saturazione) è rappresentata da una curva inclinata a pendenza positiva. Le altre curve ad $i=\text{cost}$ (con $i < 1$) risultano compresse tra la curva di saturazione e l'asse delle ordinate. Le isoterme sono rappresentate da rette con pendenza positiva e crescente con la temperatura. Tale andamento delle isoterme è facilmente analizzabile sulla base della relazione

$$h = 1.006 t + y(2501 + 1.875 t)$$

Per una isoterma, la pendenza su piano h - y è data da:

$$(\partial h / \partial y)_T = 2501 + 1.875 t$$

da cui si spiega l'andamento descritto.

Sfortunatamente, il diagramma così realizzato presenta una regione d'uso pratico troppo limitata (la zona a destra della curva di saturazione non ha infatti alcun interesse). Si è quindi pensato di ruotare l'asse delle ascisse in senso orario di un angolo tale da rendere orizzontale l'isoterma a 0°C . In questa maniera la regione d'utilizzo del diagramma si amplifica notevolmente e le curve ad $i=\text{cost}$. risultano maggiormente distanziate (fig.11.2 b).

L'angolo di rotazione α è tale da comportare, come specificato,

$$(\partial h / \partial y)_{t=0^\circ\text{C}} = 0$$

e quindi $\alpha = \arctan(2501)$.

Effettuata la rotazione, la nuova pendenza delle isoterme sarà

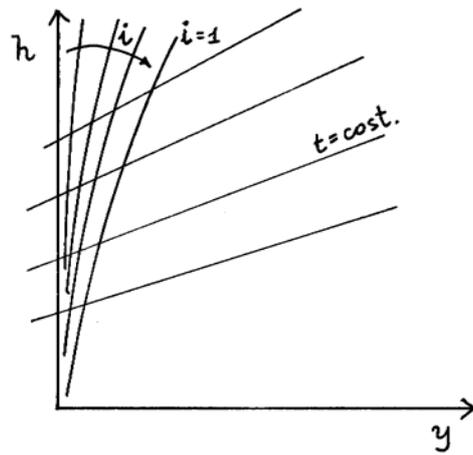
$$(\partial h / \partial y)_T = 1.875 t$$

e potrà essere leggermente negativa, nulla o leggermente positiva a seconda del valore (e segno) di t . Inoltre, per $h=0$, si avrà

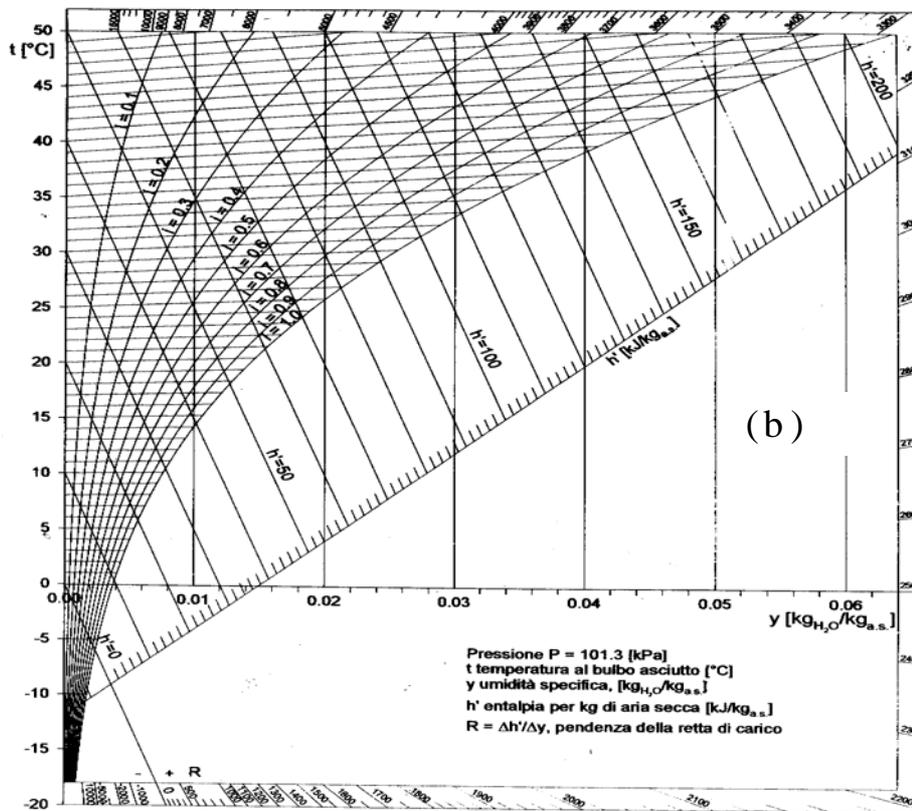
$$h = 1.006 t + y(2501 + 1.875 t) - \tan(\alpha)y = 1.006 t + 1.875 y t = 0$$

e cioè $y = -1.006/1.875$

che rappresenta l'intercetta, sull'asse y non ruotato, di tutte le isoterme.



(a)



(b)

Figura 11.2 Il diagramma psicrometrico di Mollier prima (a) e dopo (b) la rotazione dell'asse delle ascisse

Nella nuova rappresentazione, ovviamente, le linee isoentalpiche non saranno più rette orizzontali ma usciranno dall'asse delle ordinate con un'inclinazione, costante, pari all'angolo α .
Lo stato termodinamico dell'aria umida (alla pressione standard) è a questo punto identificato da una coppia di grandezze scelte tra quelle evidenziate (sugli assi o a parametro) dal diagramma, tipicamente h , y , T , i .

11.3 Trasformazioni dell'aria umida

Bilanci di massa ed energia

Le trasformazioni dell'aria umida vengono studiate mediante le equazioni di bilancio di massa ed energia.

Il bilancio di massa prevede che vi sia la costanza della massa defluente di aria secca e di vapore acqueo. Per quest'ultimo termine si scrive:

$$\Sigma m'_{v,e} + m'_{sorg} = \Sigma m'_{v,u}$$

ove $\Sigma m'_{v,e}$ rappresenta la sommatoria delle portate di vapore in entrata, $\Sigma m'_{v,u}$ è la sommatoria delle portate di vapore in uscita e m'_{sorg} è la portata di vapore eventualmente generata all'interno del volume di controllo o la portata d'acqua immessa nel sistema (per evaporazione o nebulizzazione).

Il bilancio di energia è basato sul I principio della termodinamica per sistemi aperti, nella forma

$$q - l_e = (1/2) m' (w_2^2 - w_1^2) + m' g (z_2 - z_1) + m' (h_2 - h_1)$$

Trascurando il lavoro esterno scambiato ed i termini cinetici e potenziali, nel caso di più entrate e più uscite, si ha

$$q = \Sigma m'_u h_u - \Sigma m'_e h_e - m'_{sorg} h_{sorg}$$

ove m'_u (o m'_e) è la generica portata d'aria uscente (o entrante), moltiplicata per la corrispondente entalpia specifica. L'entalpia specifica h_{sorg} corrisponde alla fase vapore (ed è ricavabile dalle tabelle termodinamiche del vapore alla temperatura corrispondente) nel caso in cui m'_{sorg} sia la portata di vapore generata nel volume di controllo; nel caso di acqua immessa nel volume di controllo, h_{sorg} è l'entalpia dell'acqua, pari a $c_p \times t$).

Riscaldamento e raffreddamento semplice

I processi di riscaldamento e raffreddamento semplice sono rappresentati da trasformazioni nelle quali la temperatura aumenta o diminuisce (a seconda del segno dello scambio termico) a umidità specifica costante. Sul piano di Mollier, le trasformazioni sono schematizzate da segmenti verticali ad y costante, come schematizzato in fig. 11.3.

Da un punto di vista pratico, il riscaldamento/raffreddamento semplice avviene per effetto di una batteria alettata (in cui circola un fluido esterno caldo o freddo) che intercetta il flusso di aria umida all'interno di una canalizzazione. Se con 1 e 2 si indicano gli stati termodinamici dell'aria umida nelle sezioni di ingresso e uscita (a monte e a valle della batteria), per il I principio della termodinamica (per sistemi aperti, in regime stazionario), si ha:

$$q_{1-2} = m' (h_2 - h_1) = m' (c_{p,as} + y c_{p,v})(t_2 - t_1)$$

avendo trascurato le variazioni dei termini energetici macroscopici, con $l_e=0$ e m' che rappresenta la portata d'aria umida effluente (con buona approssimazione coincidente con la portata d'aria secca). Ovviamente, se il flusso termico q_{1-2} è positivo (diretto dall'esterno verso il sistema), l'entalpia e la temperatura a valle della batteria saranno maggiori rispetto alle condizioni a monte (*riscaldamento semplice*) nel caso contrario, h e t diminuiranno (*raffreddamento semplice*).

Raffreddamento con deumidificazione

Nel raffreddamento con deumidificazione, si ha la riduzione della temperatura della portata d'aria umida, a umidità specifica costante, sino alle condizioni di saturazione. Il raffreddamento prosegue quindi sino a temperature inferiori, ma in questo caso si avrà la condensa di parte del vapore contenuto nell'aria umida. Nel diagramma di Mollier, la corrispondente trasformazione sarà caratterizzata (fig.11.4) da un segmento verticale (ad $y=cost.$) sino alla condizione $i=1$ e quindi

proseguirà sulla curva $i=1$ sino alla temperatura finale (con conseguente diminuzione di y , da qui il nome di deumidificazione, che denota la riduzione di umidità specifica, mentre l'umidità relativa aumenta!).

Dal punto di vista pratico si ha ancora la soluzione impiantistica precedente, solo che la batteria è in questo caso provvista di una bacinella per la raccolta (e lo scarico) della condensa.

Miscelazione adiabatica

La miscelazione adiabatica ha luogo quando due correnti d'aria vengono mescolate senza che vi siano scambi di calore e massa con l'esterno. Se con i pedici 1 e 2 si indicano le quantità riferite alle due correnti prima della miscelazione e con 3 le quantità a miscelazione avvenuta, le equazioni di bilancio di massa ed energia sono le seguenti:

$$\begin{aligned} m'_1 h_1 + m'_2 h_2 &= (m'_1 + m'_2) h_3 = m'_3 h_3 \\ m'_1 y_1 + m'_2 y_2 &= (m'_1 + m'_2) y_3 = m'_3 y_3 \end{aligned}$$

e quindi:

$$\begin{aligned} h_3 &= m'_1 h_1 / m'_3 + m'_2 h_2 / m'_3 \\ y_3 &= m'_1 y_1 / m'_3 + m'_2 y_2 / m'_3 \end{aligned}$$

Graficamente, il punto 3 può essere individuato sul piano di Mollier tracciando il segmento che unisce gli stati 1 e 2 e dividendolo in due tratti aventi lunghezze proporzionali alle rispettive portate d'aria. Lo stato tra risulterà quindi collocato sul segmento 1-2 e sarà più "vicino" allo stato caratterizzato da una portata maggiore (fig.11.3).

Umidificazione adiabatica

In questo processo, la corrente d'aria viene umidificata mediante la nebulizzazione di piccole gocce d'acqua. Dai bilanci di massa e di energia, risulta:

$$m' y_1 + m'_a = m' y_2$$

$$0 = m' h_2 - m'_a h_a - m' h_1$$

ove con m'_a e h_a si intendono la portata d'acqua immessa e la relativa entalpia specifica. Si noti che il bilancio energetico fa riferimento ai soli termini entalpici (in ingresso ed uscita) avendo escluso la presenza di scambi di calore e lavoro. Ricordando che $h_a = c_{p,a} t_a$, si ricava, dopo semplici passaggi:

$$(h_2 - h_1) / (y_2 - y_1) = h_a$$

$$h_2 - h_1 = h_a (y_2 - y_1) = c_{p,a} t_a (y_2 - y_1)$$

Nella maggior parte dei casi la variazione di entalpia è modesta e la trasformazione può essere considerata con buona approssimazione isoentalpica. Graficamente pertanto la trasformazione di discosterà di poco dal segmento rettilineo inclinato giacente sulla linea isoentalpica. In figura 11.3 è evidenziata un'umidificazione adiabatica con condizioni finali di saturazione.

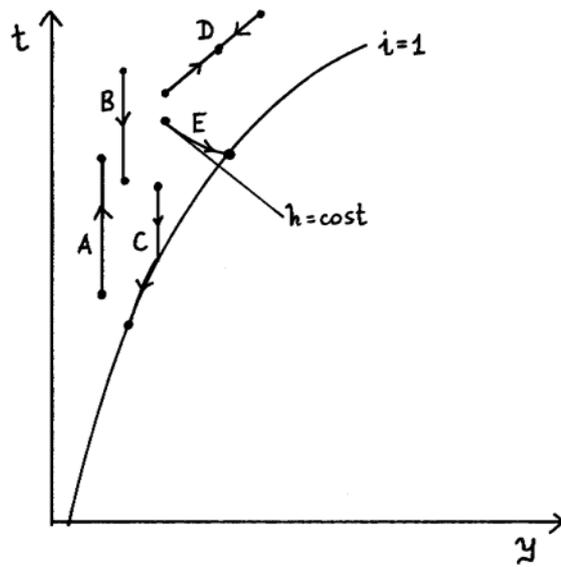


Figura 11.3 Trasformazioni psicrometriche: riscaldamento semplice (A), raffreddamento semplice (B), raffreddamento con deumidificazione (C), miscelazione adiabatica (D), umidificazione adiabatica sino a saturazione (E).

APPENDICE

TABELLE DELLE PROPRIETA' TERMODINAMICHE DEI FLUIDI

TABELLA 1						
Dati fondamentali - (T=300K, p=1bar)						
	massa molecolare [kg/kmol]	R [J/kgK]	c_v [J/kgK]	c_p [J/kgK]	Press. crit. [bar]	Temp. crit. [K]
Azoto	28.01	296.8	743	1039	33.9	126
Idrogeno	2.018	4124	10183	14307	12.9	33.2
CO	28.01	296.8	744	1040	35	133
Ossigeno	32.00	259.8	658	918	50.5	154
Aria	28.97	287	718	1005	37.7	133
CO ₂	44.01	188.9	657	846	73.9	304
Vapor acqueo (p=p _{sat})	18.02	461.8	1440	1900	220.9	647
Energia interna gas perfetti u [kJ/kg]						
T[K]	Azoto	Idrogeno	CO	Ossigeno	Aria	CO ₂
260	193.0	2611.8	193.0	169.3	185.5	131.5
300	222.7	3012.5	222.7	195.5	214.5	156.9
400	296.9	4052.0	298.4	262.3	287.0	227.9
500	371.9	5101.5	373.5	332.0	361.0	307.1
600	446.8	6150.5	449.9	403.3	436.3	392.9
700	526.4	7200.0	530.9	480.2	513.1	484.3
800	608.9	8271.5	614.8	558.8	592.8	580.6
900	692.8	9343.5	698.6	638.8	675.3	680.7
1000	780.4	10433.0	787.2	721.4	759.4	783.5
1200	958.1	12659.0	968.5	890.7	936.1	997.9
1400	1142.5	14967.5	1157.3	1063.8	1115.8	1219.9
1600	1332.8	17361.0	1349.2	1240.7	1298.0	1447.7
1800	1526.2	19857.0	1544.1	1421.7	1489.4	1679.2
2000	1722.4	22418.5	1743.3	1604.0	1679.2	1914.1
2200	1920.3	25039.5	1945.7	1788.7	1873.3	2152.5
2400	2121.1	27725.5	2147.9	1977.7	2068.7	2392.0
2600	2323.3	30474.0	2350.3	2169.0	2265.9	2634.8
2800	2527.1	33287.5	2552.5	2363.0	2496.0	2877.7
3000	2732.4	36139.0	2761.0	2558.1	2668.6	3122.9
Entalpia gas perfetti h [kJ/kg]						
T[K]	Azoto	Idrogeno	CO	Ossigeno	Aria	CO ₂
260	270.2	3684.0	270.2	236.9	260.1	180.6
300	311.8	4259.6	311.8	273.4	300.6	213.6
400	415.7	5714.8	417.1	366.2	401.8	303.5
500	520.4	7180.0	522.0	461.9	504.5	401.6
600	625.0	8644.7	628.0	561.2	608.5	506.2
700	734.3	10109.9	738.7	662.0	714.0	616.6
800	846.4	11597.1	852.3	766.7	822.4	731.8
900	960.0	13084.4	965.9	872.6	933.5	850.8
1000	1077.3	14590.0	1084.1	981.3	1046.4	972.5
1200	1314.5	17647.4	1324.8	1202.5	1280.5	1224.7
1400	1558.2	20787.3	1573.0	1427.5	1517.6	1484.4
1600	1807.8	24012.2	1824.3	1656.4	1757.1	1750.0
1800	2060.7	27339.6	2078.5	1889.4	2006.0	2019.3
2000	2316.3	30732.5	2337.1	2123.6	2253.2	2292.0
2200	2573.6	34184.9	2598.9	2360.3	2504.7	2568.2
2400	2833.7	37702.3	2860.5	2601.2	2757.5	2845.4
2600	3095.3	41282.2	3122.3	2844.5	3012.1	3126.1
2800	3358.5	44927.1	3383.9	3090.4	3299.6	3406.8
3000	3623.2	48610.0	3651.8	3337.5	3529.5	3689.8
Entropia gas perfetti alla pressione di 1 bar, s_r [kJ/kg K]						
T[K]	Azoto	Idrogeno	CO	Ossigeno	Aria	CO ₂
260	6.7036	65.4000	6.3214	6.2906	6.7276	4.7477
300	6.8536	65.4500	7.0714	6.4219	6.8726	4.8659
400	7.1536	69.6500	7.3714	6.6906	7.1626	5.1227
500	7.3893	72.9000	7.6071	6.9031	7.3904	5.3409
600	7.5857	75.6500	7.7964	7.0844	7.5803	5.5318
700	7.7500	77.8500	7.9714	7.2313	7.7459	5.7045
800	7.8929	79.8500	8.1214	7.3781	7.8909	5.8591
900	8.0321	81.5500	8.2571	7.5031	8.0221	5.9977
1000	8.1536	83.1500	8.3821	7.6188	8.1395	6.1273
1200	8.3714	85.9500	8.6036	7.8188	8.3500	6.3568
1400	8.5571	88.3500	8.7929	7.9938	8.5330	6.5568
1600	8.7250	90.5500	8.9607	8.1469	8.6952	6.7341
1800	8.8714	92.5000	9.1107	8.2313	8.8402	6.8932
2000	9.0071	94.2500	9.2464	8.4063	8.9713	7.0364
2200	9.1321	95.9000	9.3714	8.5188	9.0922	7.1682
2400	9.2429	97.4500	9.4857	8.6219	9.2026	7.2886
2600	9.3664	98.9000	9.5893	8.7219	9.3027	7.4000
2800	9.4464	100.2500	9.6857	8.8125	9.3959	7.5045
3000	9.5393	101.5000	9.7786	8.8969	9.4891	7.6023

Dai valori dell'entropia di riferim. si deducono quelli per p qualunque aggiungendo $-R \log_n(p)$, p espressa in bar; $s=s_r-R \log_n(p)$

TABELLA 2A PROPRIETA' TERMODINAMICHE DEL VAPOR ACQUEO IN CONDIZIONI DI SATURAZIONE

t	p	volumi	specifico	m ³ /kg	Entalpia			Entropia			t
°C	bar	v _l	(v _v -v _l)	v _v	h _l	r	h _v	s _l	r/T	s _v	°C
0	0.006 017	0.001 000 2	206.298	206.299	-0.0	2501.6	2501.6	-0.0	9.1578	9.1578	0
0.01	0.006 112	0.001 000 2	206.162	206.163	+0.0	2501.6	2501.6	0	9.1575	9.1575	0.01
2	0.007 055	0.001 000 1	179.922	179.923	8.4	2496.8	2505.2	0.0306	9.0741	9.1047	2
4	0.008 129	0.001 000 0	157.271	157.272	16.8	2492.1	2508.9	0.0611	8.9915	9.0526	4
6	0.009 345	0.001 000 0	137.779	137.780	25.2	2487.4	2512.6	0.0913	8.9102	9.0015	6
8	0.010 720	0.001 000 1	120.965	120.966	33.6	2482.6	2516.2	0.1213	8.8300	8.9513	8
10	0.012 270	0.001 000 3	106.429	106.430	42.0	2477.9	2519.9	0.1510	8.7510	8.9020	10
12	0.014 014	0.001 000 4	93.834	93.835	50.4	2473.2	2523.6	0.1805	8.6731	8.8536	12
14	0.015 973	0.001 000 7	82.899	82.900	58.8	2468.5	2527.2	0.2098	8.5963	8.8060	14
15	0.017 139	0.001 000 8	77.977	77.978	62.9	2466.1	2529.1	0.2243	8.5582	8.7826	15
16	0.018 168	0.001 001 0	73.383	73.384	67.1	2463.8	2530.9	0.2388	8.5205	8.7593	16
18	0.020 624	0.001 001 3	65.086	65.087	75.5	2459.0	2534.5	0.2677	8.4458	8.7135	18
20	0.023 366	0.001 001 7	57.837	57.838	83.9	2454.3	2538.2	0.2963	8.3721	8.6684	20
25	0.031 660	0.001 002 9	43.401	43.402	104.8	2442.5	2547.3	0.3670	8.1922	8.5592	25
30	0.042 415	0.001 004 3	32.928	32.929	125.7	2430.7	2556.4	0.4365	8.0181	8.4546	30
35	0.056 216	0.001 006 0	25.244	25.245	146.6	2418.8	2565.4	0.5049	7.8495	8.3543	35
40	0.073 750	0.001 007 8	19.545	19.546	167.5	2406.9	2574.4	0.5721	7.6861	8.2583	40
45	0.095 820	0.001 009 9	15.275	15.276	188.4	2394.9	2583.3	0.6383	7.5277	8.1661	45
50	0.123 35	0.001 012 0	12.045	12.046	209.3	2382.9	2592.2	0.7035	7.3741	8.0776	50
55	0.157 41	0.001 014 5	9.577 9	9.578 9	230.2	2370.8	2601.0	0.7677	7.2248	7.9925	55
60	0.199 20	0.001 017 1	7.677 5	7.678 5	251.1	2358.6	2609.7	0.8310	7.0798	7.9108	60
65	0.250 09	0.001 019 9	6.201 3	6.202 3	272.0	2346.3	2618.4	0.8933	6.9388	7.8321	65
70	0.311 62	0.001 022 8	5.045 3	5.046 3	293.0	2334.0	2626.9	0.9548	6.8017	7.7565	70
75	0.385 49	0.001 025 9	4.133 1	4.134 1	313.9	2321.5	2635.4	1.0154	6.6681	7.6835	75
80	0.473 60	0.001 029 2	3.408 1	3.409 1	344.9	2308.8	2643.8	1.0753	6.5380	7.6133	80
85	0.578 03	0.001 032 6	2.827 8	2.828 8	355.9	2296.1	2652.0	1.1343	6.4111	7.5454	85
90	0.701 09	0.001 036 1	2.360 3	2.361 3	376.9	2283.2	2660.1	1.1925	6.2873	7.4798	90
95	0.845 26	0.001 039 9	1.981 2	1.982 2	398.0	2270.2	2668.1	1.2501	6.1665	7.4166	95
100	1.013 25	0.001 043 7	1.672 0	1.673 0	419.1	2256.9	2676.0	1.3069	6.0485	7.3554	100
105	1.208 0	0.001 047 7	1.418 3	1.419 3	440.2	2243.6	2683.7	1.3630	5.9331	7.2962	105
110	1.432 7	0.001 051 9	1.208 9	1.209 9	461.3	2230.0	2691.3	1.4185	5.8203	7.2388	110
115	1.690 6	0.001 056 2	1.035 3	1.036 3	482.5	2216.2	2698.7	1.4733	5.7099	7.1832	115
120	1.985 4	0.001 060 6	0.890 46	0.891 52	503.7	2202.2	2706.0	1.5276	5.6017	7.1293	120
125	2.321 0	0.001 065 2	0.769 17	0.770 23	525.0	2188.0	2713.0	1.5813	5.4957	7.0769	125
130	2.701 3	0.001 070 0	0.667 07	0.668 14	546.3	2173.6	2719.9	1.6344	5.3917	7.0261	130
135	3.130 8	0.001 075 0	0.580 74	0.581 81	567.7	2158.9	2726.6	1.6869	5.2897	6.9766	135
140	3.613 8	0.001 080 1	0.507 41	0.508 49	589.1	2144.0	2733.1	1.7390	5.1894	6.9284	140
145	4.155 2	0.001 085 3	0.444 89	0.445 97	610.6	2128.7	2739.3	1.7906	5.0910	6.8815	145
150	4.760 0	0.001 090 8	0.391 36	0.392 45	632.1	2113.2	2745.4	1.8416	4.9941	6.8358	150
155	5.433 3	0.001 096 4	0.345 55	0.346 64	653.8	2097.4	2751.2	1.8923	4.8989	6.7911	155
160	6.180 6	0.001 102 2	0.305 66	0.306 76	675.5	2081.3	2756.7	1.9425	4.8050	6.7473	160
165	7.007 7	0.001 108 2	0.271 29	0.272 40	697.3	2064.8	2762.0	1.9923	4.7126	6.7048	165
170	7.920 2	0.001 114 5	0.241 44	0.242 55	719.1	2047.9	2767.1	2.0416	4.6214	6.6630	170
175	8.924 4	0.001 120 9	0.215 42	0.216 54	741.1	2030.7	2771.8	2.0906	4.5314	6.6221	175
180	10.027	0.001 127 5	0.192 67	0.193 80	763.1	2013.2	2776.3	2.1393	4.4426	6.5819	180
185	11.233	0.001 134 4	0.172 63	0.173 86	785.3	1995.2	2780.4	2.1876	4.3548	6.5424	185
190	12.551	0.001 141 5	0.155 18	0.156 32	807.5	1976.7	2784.3	2.2356	4.2680	6.5036	190
195	13.987	0.001 148 9	0.139 69	0.140 84	829.9	1957.9	2787.8	2.2833	4.1821	6.4654	195
200	15.549	0.001 156 5	0.126 01	0.127 16	852.4	1938.6	2790.9	2.3307	4.0971	6.4278	200
205	17.243	0.001 164 4	0.113 87	0.115 03	875.0	1918.8	2793.8	2.3778	4.0128	6.3906	205
210	19.077	0.001 172 6	0.103 07	0.104 24	897.7	1898.5	2796.2	2.4247	3.9293	6.3539	210
215	21.060	0.001 181 1	0.093 45	0.094 625	920.6	1877.6	2798.3	2.4713	3.8463	6.3176	215
220	23.198	0.001 190 0	0.084 85	0.086 038	943.7	1856.2	2799.9	2.5178	3.7639	6.2817	220
225	25.501	0.001 199 2	0.077 15	0.078 349	966.9	1834.3	2801.2	2.5641	3.6820	6.2461	225
230	27.976	0.001 208 7	0.070 24	0.071 450	990.3	1811.7	2802.0	2.6102	3.6006	6.2107	230
235	30.632	0.001 218 7	0.064 03	0.064 245	1013.8	1788.5	2802.3	2.6561	3.5194	6.1756	235
240	33.478	0.001 229 1	0.058 42	0.059 645	1037.6	1764.6	2802.2	2.7020	3.4386	6.1406	240
245	36.523	0.001 239 9	0.051 37	0.054 606	1061.6	1740.0	2801.6	2.7478	3.3579	6.1057	245
250	39.776	0.001 251 3	0.048 79	0.050 037	1085.8	1714.7	2800.4	2.7935	3.2773	6.0708	250
255	43.246	0.001 263 2	0.048 79	0.048 896	1110.2	1688.5	2798.7	2.8392	3.1968	6.0359	255
260	46.943	0.001 275 6	0.040 86	0.042 130	1134.9	1661.5	2796.4	2.8848	3.1161	6.0010	260
265	50.877	0.001 288 7	0.037 43	0.038 710	1159.9	1633.5	2793.5	2.9306	3.0353	5.9658	265
270	55.058	0.001 302 5	0.034 29	0.035 588	1185.2	1604.6	2789.9	2.9763	2.9541	5.9304	270
275	59.496	0.001 317 0	0.031 42	0.032 736	1210.9	1574.7	2785.5	3.0222	2.8725	5.8947	275
280	64.202	0.001 332 4	0.028 80	0.030 126	1236.8	1543.6	2780.4	3.0683	2.7903	5.8586	280
285	69.186	0.001 348 7	0.026 38	0.027 733	1263.2	1511.3	2774.5	3.1146	2.7074	5.8220	285
290	74.461	0.001 365 9	0.024 17	0.025 535	1290.0	1477.6	2767.6	3.1611	2.6237	5.7848	290
295	80.037	0.001 384 4	0.022 13	0.023 513	1317.3	1442.6	2759.8	3.2079	2.5389	5.7469	295
300	85.927	0.001 404 1	0.020 25	0.021 649	1345.1	1406.0	2751.0	3.2552	2.4529	5.7081	300
305	92.144	0.001 425 2	0.018 41	0.019 927	1373.4	1367.7	2741.1	3.3029	2.3656	5.6685	305
310	98.700	0.001 443 0	0.016 88	0.018 334	1402.4	1327.6	2730.0	3.3512	2.2766	5.6278	310
315	105.61	0.001 472 6	0.015 09	0.016 856	1432.1	1285.5	2717.6	3.4002	2.1856	5.5858	315
320	112.89	0.001 499 5	0.013 98	0.015 480	1462.6	1241.1	2703.7	3.4500	2.0923	5.5423	320
325	120.56	0.001 528 9	0.012 67	0.014 195	1494.0	1194.0	2688.0	3.5008	1.9961	5.4969	325
330	128.63	0.001 561 5	0.011 43	0.012 989	1526.5	1143.6	2670.2	3.5528	1.8962	5.4490	330
335	137.12	0.001 597 8	0.010 26	0.011 854	1560.3	1089.5	2649.7	3.6063	1.7916	5.3979	335
340	146.05	0.001 638 7	0.009 14	0.010 780	1595.5	1030.7	2626.2	3.6616	1.6811	5.3427	340
345	155.45	0.001 685 8	0.008 07	0.009 763	1632.5	966.4	2598.9	3.7193	1.5636	5.2828	345
350	165.35	0.001 741 1	0.007 06	0.008 799	1671.9	895.7	2567.7	3.7800	1.4376	5.2177	350
355	175.77	0.001 808 5	0.006 05	0.007 859	1716.6	813.8	2530.4	3.8489	1.2953	5.1442	355
360	186.75	0.001 895 9	0.005 04	0.006 939	1764.2	721.3	2485.4	3.9210	1.1390	5.060	360
365	198.33	0.002 016 0	0.003 99	0.006 011	1818.0	610.0	2428.0	4.0021	0.9558	4.9579	365
370	210.54	0.002 213 6	0.002 76	0.004 972	1890.2	452.6	2342.8	4.1108	0.7036	4.8144	370
374	220.81	0.002 842 7	0.000 63	0.003 465	2046.7	109.5	2156.2	4.3493	0.1692	4.5185	374
374.15	221.20	0.003 17	0	0.003 17	2107.4	0	2107.4	4.4429	0	4.4429	374.15
t	p	v _l	(v _v -v _l)	v _v	h _l	r	h _v	s _l	r/T	s _v	t

TABELLA 2B PROPRIETA' TERMODINAMICHE DEL VAPOR ACQUE IN CONDIZIONI DI SATURAZIONE

p	t	Volume specifico m ³ /kg		Entalpia kJ/kg			Energia interna kJ/kg		Entropia kJ/kg K			p
		bar	°C	v _l	v _v	h _l	r	h _v	u _l	u _v	s _l	
0.006 02	0	0.001 000 2	206.298 7	-0.0	2501.6	2501.6	-0.0	2375.6	-0.0	9.1578	9.1578	0.006 02
0.006 11	0.01	0.001 000 2	206.162 9	+0.0	2501.6	2501.6	0	2375.6	0	9.1575	9.1575	0.006 11
0.010	6.98	0.001 000 1	129.210 7	29.3	2485.0	2514.4	29.3	2385.2	0.1060	8.8706	8.9767	0.010
0.020	17.51	0.001 001 2	67.011 6	73.5	2460.2	2533.6	73.5	2399.6	0.2606	8.4640	8.7246	0.020
0.030	24.10	0.001 002 7	45.670 0	101.0	2444.6	2545.6	101.0	2408.6	0.3543	8.2242	8.5785	0.030
0.040	28.98	0.001 004 0	34.803 3	121.4	2433.1	2554.5	121.4	2415.3	0.4225	8.0530	8.4755	0.040
0.050	32.90	0.001 005 2	28.194 5	137.8	2423.8	2561.6	137.8	2420.6	0.4763	7.9197	8.3960	0.050
0.060	36.18	0.001 006 4	23.740 6	151.5	2416.0	2567.5	151.5	2425.1	0.5209	7.8103	8.3312	0.060
0.070	39.03	0.001 007 4	20.530 4	163.4	2409.2	2572.6	163.4	2428.9	0.5591	7.7176	8.2767	0.070
0.080	41.54	0.001 008 4	18.103 8	173.9	2403.2	2577.1	173.9	2432.3	0.5926	7.6370	8.2295	0.080
0.090	43.79	0.001 009 4	16.203 4	183.3	2397.9	2581.1	183.3	2435.3	0.6224	7.5657	8.1881	0.090
0.10	45.83	0.001 010 2	14.673 7	191.8	2392.9	2584.8	191.8	2438.1	0.6493	7.5018	8.1511	0.10
0.15	54.00	0.001 014 0	10.022 1	226.0	2373.2	2599.2	226.0	2448.9	0.7549	7.2544	8.0093	0.15
0.20	60.09	0.001 017 2	7.649 2	251.5	2358.4	2609.9	251.5	2456.9	0.8321	7.0773	7.9094	0.20
0.25	64.99	0.001 019 9	6.204 0	272.0	2346.4	2618.3	272.0	2463.2	0.8933	6.9390	7.8323	0.25
0.30	69.13	0.001 022 3	5.229 0	289.3	2336.1	2625.4	289.6	2468.2	0.9441	6.8254	7.7695	0.30
0.35	72.71	0.001 024 5	4.525 5	304.3	2327.2	2631.5	304.3	2473.1	0.9878	6.7288	7.7166	0.35
0.40	75.89	0.001 026 5	3.993 2	317.7	2319.2	2636.9	317.7	2477.2	1.0261	6.6448	7.6709	0.40
0.45	78.74	0.001 028 4	3.576 1	329.6	2312.0	2641.7	329.6	2480.8	1.0603	6.5703	7.6306	0.45
0.50	81.35	0.001 030 1	3.240 1	340.6	2305.4	2646.0	340.5	2484.0	1.0912	6.5035	7.5947	0.50
0.60	85.95	0.001 033 3	2.731 7	359.9	2293.6	2653.6	359.8	2489.7	1.1455	6.3872	7.5327	0.60
0.70	89.96	0.001 036 1	2.364 7	376.8	2283.3	2660.1	376.3	2494.6	1.1921	6.2883	7.4804	0.70
0.80	93.51	0.001 038 7	2.086 9	391.7	2274.0	2665.8	391.6	2498.8	1.2330	6.2022	7.4352	0.80
0.90	96.71	0.001 041 2	1.869 1	405.2	2265.6	2670.9	405.1	2502.7	1.2696	6.1258	7.3954	0.90
1.00	99.63	0.001 043 4	1.693 7	417.5	2257.9	2675.4	417.4	2506.0	1.3027	6.0571	7.3598	1.00
1.013 25	100.00	0.001 043 7	1.673 0	419.1	2256.9	2676.0	419.0	2506.5	1.3069	6.0485	7.3554	1.013 25
1.20	104.81	0.001 047 6	1.428 1	439.4	2244.1	2683.4	439.3	2512.0	1.3609	5.9375	7.2984	1.20
1.40	109.32	0.001 051 3	1.236 3	458.4	2231.9	2690.3	458.3	2517.2	1.4109	5.8356	7.2465	1.40
1.60	113.32	0.001 054 7	1.091 1	475.4	2220.9	2696.2	475.2	2521.6	1.4550	5.7467	7.2017	1.60
1.80	116.93	0.001 057 9	0.977 18	490.7	2210.8	2701.5	490.5	2525.6	1.4944	5.6677	7.1622	1.80
2.00	120.23	0.001 060 8	0.885 40	504.7	2201.6	2706.3	504.5	2529.2	1.5301	5.5967	7.1268	2.00
2.50	127.43	0.001 067 6	0.718 40	535.4	2181.0	2716.4	535.1	2536.8	1.6072	5.4448	7.0520	2.50
3.00	133.54	0.001 073 5	0.605 53	561.4	2163.2	2724.7	561.1	2543.0	1.6717	5.3192	6.9909	3.00
3.50	138.88	0.001 078 9	0.523 97	584.3	2147.3	2731.6	583.9	2548.2	1.7273	5.2118	6.9392	3.50
4.00	143.63	0.001 083 9	0.462 20	604.7	2132.9	2737.6	604.3	2552.7	1.7764	5.1179	6.8943	4.00
4.50	147.92	0.001 088 5	0.413 73	623.2	2119.7	2742.9	622.7	2556.7	1.8204	5.0342	6.8547	4.50
5.00	151.85	0.001 092 8	0.374 66	640.1	2107.4	2747.5	639.6	2560.2	1.8604	4.9588	6.8192	5.00
6.00	158.84	0.001 100 9	0.315 46	670.4	2085.0	2755.5	669.7	2566.2	1.9308	4.8267	6.7575	6.00
7.00	164.96	0.001 108 2	0.272 68	697.1	2064.9	2762.0	696.3	2571.1	1.9918	4.7134	6.7052	7.00
8.00	170.41	0.001 115 0	0.240 26	720.9	2046.5	2767.5	720.0	2575.3	2.0457	4.6139	6.6596	8.00
9.00	175.36	0.001 121 3	0.214 82	742.6	2029.5	2772.1	741.6	2578.8	2.0941	4.5251	6.6192	9.00
10.00	179.88	0.001 127 4	0.194 30	762.6	2013.6	2776.2	761.5	2581.9	2.1382	4.4447	6.5828	10.00
11.00	184.06	0.001 133 1	0.177 39	781.1	1991.6	2779.7	779.9	2584.6	2.1786	4.3712	6.5498	11.00
12.00	187.96	0.001 138 6	0.163 21	798.4	1984.3	2782.7	797.0	2586.8	2.2160	4.3034	6.5194	12.00
13.00	191.60	0.001 143 8	0.151 14	814.7	1970.7	2785.4	813.2	2588.9	2.2509	4.2404	6.4913	13.00
14.00	195.04	0.001 148 9	0.140 73	830.1	1957.7	2787.8	828.5	2590.8	2.2836	4.1815	6.4651	14.00
15.00	198.28	0.001 153 8	0.131 67	844.6	1945.3	2789.9	842.7	2592.4	2.3144	4.1262	6.4406	15.00
16.00	201.37	0.001 158 6	0.123 70	858.5	1933.2	2791.7	856.6	2593.8	2.3436	4.0740	6.4176	16.00
17.00	204.30	0.001 163 3	0.116 64	871.8	1921.6	2793.4	869.8	2595.1	2.3712	4.0246	6.3958	17.00
18.00	207.11	0.001 167 8	0.110 33	884.5	1910.3	2794.8	882.4	2596.2	2.3976	3.9776	6.3751	18.00
19.00	209.79	0.001 172 3	0.104 67	896.8	1899.3	2796.1	894.6	2597.2	2.4227	3.9327	6.3555	19.00
20.00	212.37	0.001 176 6	0.099 549	908.6	1888.7	2797.2	906.2	2598.1	2.4468	3.8899	6.3367	20.00
25.00	223.94	0.001 197 2	0.079 915	961.9	1839.0	2800.9	958.9	2601.1	2.5542	3.6994	6.2537	25.00
30.00	233.84	0.001 216 3	0.066 632	1008.3	1794.0	2802.3	1004.7	2602.4	2.6455	3.5383	6.1838	30.00
35.00	242.54	0.001 234 5	0.057 028	1049.7	1752.2	2802.0	1045.4	2602.4	2.7252	3.3976	6.1229	35.00
40.00	250.33	0.001 252 1	0.049 749	1087.4	1712.9	2800.3	1082.4	2601.3	2.7965	3.2720	6.0685	40.00
45.00	257.41	0.001 269 1	0.044 035	1122.1	1675.6	2797.7	1116.4	2599.5	2.8612	3.1579	6.0191	45.00
50.00	263.92	0.001 285 8	0.039 425	1154.5	1639.7	2794.2	1148.1	2597.1	2.9207	3.0528	5.9735	50.00
55.00	269.94	0.001 302 3	0.035 624	1184.9	1605.0	2789.9	1177.7	2594.0	2.9758	2.9551	5.9309	55.00
60.00	275.56	0.001 318 7	0.032 433	1213.7	1571.3	2785.0	1205.8	2590.4	3.0274	2.8633	5.8907	60.00
65.00	280.83	0.001 335 0	0.029 714	1241.2	1538.3	2779.5	1232.5	2586.4	3.0760	2.7766	5.8526	65.00
70.00	285.80	0.001 351 4	0.027 368	1267.5	1506.0	2773.4	1258.0	2581.8	3.1220	2.6941	5.8161	70.00
75.00	290.51	0.001 367 8	0.025 323	1292.7	1474.1	2766.9	1282.4	2577.0	3.1658	2.6152	5.7810	75.00
80.00	294.98	0.001 384 3	0.023 521	1317.2	1442.7	2759.9	1306.1	2571.7	3.2077	2.5393	5.7470	80.00
85.00	299.24	0.001 401 0	0.021 923	1340.8	1411.6	2752.4	1328.9	2566.1	3.2480	2.4661	5.7141	85.00
90.00	303.31	0.001 417 9	0.020 493	1363.8	1380.8	2744.6	1351.0	2560.2	3.2867	2.3952	5.6820	90.00
95.00	307.22	0.001 435 1	0.019 206	1386.2	1350.2	2736.3	1372.6	2553.8	3.3242	2.3264	5.6506	95.00
100.00	310.96	0.001 452 6	0.018 041	1408.1	1319.7	2727.7	1393.6	2547.3	3.3606	2.2592	5.6198	100.00
110.00	318.04	0.001 488 7	0.016 007	1450.6	1258.8	2709.3	1434.2	2533.2	3.4304	2.1292	5.5596	110.00
120.00	324.64	0.001 526 7	0.014 285	1491.7	1197.5	2689.2	1473.4	2517.8	3.4971	2.0032	5.5003	120.00
130.00	330.81	0.001 567 1	0.012 800	1531.9	1135.1	2667.0	1511.5	2500.6	3.5614	1.8795	5.4409	130.00
140.00	336.63	0.001 610 5	0.011 498	1571.5	1070.9	2642.4	1549.0	2481.4	3.6241	1.7564	5.3804	140.00
150.00	342.12	0.001 657 8	0.010 343	1610.9	1004.2	2615.1	1586.0	2460.0	3.6857	1.6323	5.3180	150.00
160.00	347.32	0.001 710 2	0.009 309 9	1650.4	934.5	2584.9	1623.0	2435.9	3.7470	1.5063	5.2533	160.00
170.00	352.26	0.001 769 5	0.008 372 1	1691.6	860.0	2551.6	1661.5	2409.3	3.8106	1.3749	5.1856	170.00
180.00	356.96	0.001 839 9	0.007 497 3	1734.8	779.0	2513.9	1701.7	2378.9	3.8766	1.2362	5.1127	180.00
190.00	361.44	0.001 926 2	0.006 675 9	1778.7	691.8	2470.5	1742.1	2343.7	3.9430	1.0900	5.0330	190.00
200.00	365.71	0.002 037 4	0.005 874 5	1826.6	591.6	2418.2	1785.9	2300.7	4.0151	0.9259	4.9410	200.00
210.00	369.79	0.002 201 8	0.005 022 5	1886.3	461.2	2347.5	1840.1	2242.0	4.1040	0.7172	4.8222	210.00
220.00	373.78	0.002 667 5	0.003 734 7	2010.3	186.3	2196.6	1951.6					

TABELLA 3A PROPRIETA' TERMODINAMICHE DELL'ACQUA – VAPORE SURRISCALDATO – GAS
vol. specifico v [m³/kg], entalpia h [kJ/kg], entropia s [kJ/kgK]

Pressione bar (temp. sat. °C)		50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
0.02 (17.5)	v	74.524	86.080	97.628	109.171	120.711	132.251	143.790	155.329	178.405	201.482	224.558	247.634
	h	2594.4	2688.5	2783.7	2880.0	2977.7	3076.8	3177.7	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.9226	9.1934	9.4327	9.6479	9.8441	10.0251	10.1934	10.3512	10.6413	10.9044	11.1464	11.3712
0.04 (29.0)	v	37.240	43.027	48.806	54.580	60.351	66.122	71.892	77.662	89.201	100.740	112.278	123.816
	h	2593.9	2688.3	2783.5	2879.9	2977.6	3076.8	3177.4	3279.7	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.6016	8.8730	9.1125	9.3279	9.5241	9.7051	9.8735	10.0313	10.3214	10.5845	10.8265	11.0513
0.06 (36.2)	v	24.812	28.676	32.532	37.383	40.232	44.079	47.927	51.773	59.467	67.159	74.852	82.544
	h	2593.5	2688.0	2783.4	2879.8	2977.6	3076.7	3177.4	3279.6	3489.2	3705.6	3928.8	4158.7
	s	8.4135	8.6854	8.9251	9.1406	9.3369	9.5179	9.6863	9.8441	10.1342	10.3973	10.6394	10.8642
0.08 (41.5)	v	18.598	21.501	24.395	27.284	30.172	33.058	35.944	38.829	44.599	50.369	56.138	61.908
	h	2593.1	2687.8	2783.2	2879.7	2977.5	3076.7	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.2797	8.5521	8.7921	9.0077	9.2041	9.3851	9.5535	9.7113	10.0014	10.2646	10.5066	10.7314
0.10 (45.8)	v	14.869	17.195	19.512	21.825	24.136	26.445	28.754	31.062	35.679	40.295	44.910	49.526
	h	2592.7	2687.5	2783.1	2879.6	2977.4	3076.6	3177.3	3279.6	3489.1	3705.5	3928.8	4158.7
	s	8.1757	8.4486	8.6888	8.9045	9.1010	9.2820	9.4504	9.6083	9.8984	10.1616	10.4036	10.6284
0.50 (81.3)	v	0.001012	3.4181	3.8893	4.3560	4.8205	5.2839	5.7467	6.2091	7.1335	8.0574	8.9810	9.9044
	h	209.29	2682.6	2780.1	2877.7	2976.1	3075.7	3176.6	3279.0	3488.7	3705.2	3928.6	4158.5
	s	0.70349	7.6953	7.9406	8.1587	8.3564	8.5380	8.7068	8.8649	9.1552	9.4185	9.6606	9.8855
1.00 (99.6)	v	0.001012	1.6955	1.9363	2.1723	2.4061	2.6387	2.8708	3.1025	3.5653	4.0277	4.4898	4.9517
	h	209.33	2676.2	2776.1	2875.4	2974.5	3074.5	3175.6	3278.2	3488.1	3704.8	3928.4	4158.3
	s	0.70347	7.3618	7.6137	7.8349	8.0342	8.2166	8.3858	8.5442	8.8348	9.0982	9.3405	9.5654
2.00 (120.2)	v	0.001012	0.001044	0.959 54	1.0804	1.1989	1.3162	1.4328	1.5492	1.7812	2.0129	2.2442	2.4754
	h	209.42	419.14	2768.5	2870.5	2971.2	3072.1	3173.8	3276.7	3487.0	3704.0	3927.6	4157.8
	s	0.70342	1.30679	7.2794	7.5072	7.7096	7.8937	8.0638	8.2226	8.5139	8.7776	9.0201	9.2452
3.00 (133.5)	v	0.001012	0.001044	0.633 74	0.716 35	0.796 44	0.875 29	0.953 52	1.0314	1.1865	1.3412	1.4957	1.6499
	h	209.5	419.21	2760.4	2865.5	2967.9	3069.7	3171.9	3275.2	3486.0	3703.2	3927.0	4157.3
	s	0.70338	1.30671	7.0771	7.3119	7.5176	7.7034	7.8744	8.0338	8.3257	8.5898	8.8325	9.0577
4.00 (143.6)	v	0.001012	0.001044	0.470 66	0.534 26	0.595 19	0.654 85	0.713 85	0.772 50	0.889 19	1.0054	1.1214	1.2372
	h	209.59	419.29	2752.0	2860.4	2964.5	3067.2	3170.0	3273.6	3484.9	3702.3	3926.4	4156.9
	s	0.70333	1.30664	6.9285	7.1708	7.3800	7.5675	7.7395	7.8994	8.1919	8.4563	8.6992	8.9246
5.00 (151.8)	v	0.001012	0.001044	0.001091	0.424 96	0.47443	0.522 58	0.570 05	0.617 16	0.710 78	0.803 95	0.896 85	0.989 56
	h	209.68	419.36	632.16	2855.1	2961.1	3064.8	3168.1	3272.1	3483.8	3701.5	3925.8	4156.4
	s	0.70328	1.30656	1.84161	7.0592	7.2721	7.4614	7.6343	7.7948	8.0879	8.3626	8.5957	8.8213
6.00 (158.8)	v	0.001012	0.001043	0.001091	0.352 04	0.393 91	0.434 39	0.474 19	0.513 61	0.591 84	0.669 63	0.747 14	0.824 47
	h	209.76	419.44	632.23	2849.7	2951.6	3062.3	3166.2	3270.6	3482.7	3700.7	3925.1	4155.9
	s	0.70324	1.30648	1.8415	6.9662	7.1829	7.3740	7.5479	7.7090	8.0027	8.2678	8.5111	8.7368
7.00 (165.0)	v	0.001012	0.001043	0.001091	0.299 92	0.336 37	0.371 39	0.405 71	0.439 64	0.506 89	0.573 68	0.640 21	0.706 55
	h	209.85	419.51	632.29	2844.2	2954.0	3059.8	3164.3	3269.0	3481.6	3699.9	3924.5	4155.5
	s	0.70319	1.3064	1.84139	6.8859	7.1066	7.2997	7.4745	7.6332	7.9305	8.1959	8.4395	8.6653
8.00 (170.4)	v	0.001012	0.001043	0.001091	0.260 79	0.293 21	0.324 14	0.354 34	0.384 16	0.443 17	0.501 72	0.560 01	0.618 11
	h	209.93	419.59	632.35	2838.6	2950.4	3057.3	3162.4	3267.5	3480.5	3699.1	3923.9	4155.0
	s	0.70314	1.30632	1.84128	6.8148	7.0397	7.2348	7.4107	7.5729	7.8678	8.1336	8.3773	8.6033
9.00 (175.4)	v	0.001012	0.001043	0.001091	0.230 32	0.259 63	0.278 39	0.314 40	0.341 01	0.393 61	0.445 76	0.497 63	0.549 33
	h	210.02	419.66	632.41	2832.7	2946.8	3054.7	3160.5	3266.0	3479.4	3698.2	3923.3	4154.5
	s	0.7031	1.30624	1.84116	6.7508	6.9800	7.1771	7.3540	7.5169	7.8124	8.0785	8.3225	8.5486
10.00 (179.9)	v	0.001012	0.001043	0.00109	0.205 92	0.232 75	0.257 98	0.282 43	0.306 49	0.353 96	0.400 98	0.447 73	0.494 30
	h	210.11	419.74	632.47	2826.8	2943.0	3052.1	3158.5	3264.4	3478.3	3697.4	3922.7	4154.1
	s	0.70305	1.30616	1.84105	6.6922	6.9259	7.1251	7.3031	7.4665	7.7627	8.0292	8.2734	8.4997
15.00 (198.3)	v	0.001011	0.001043	0.001090	0.132 38	0.151 99	0.169 70	0.186 53	0.202 92	0.235 03	0.266 66	0.298 03	0.329 21
	h	210.54	420.11	632.78	2794.7	2923.5	3038.9	3148.7	3256.6	3472.8	3693.3	3919.6	4151.7
	s	0.70282	1.30577	1.8405	6.4508	6.7099	6.9207	7.1044	7.2709	7.5703	7.8385	8.0838	8.3108
20.00 (212.4)	v	0.001011	0.001043	0.001090	0.001156	0.111 45	0.125 50	0.138 66	0.151 13	0.175 55	0.199 50	0.223 17	0.246 66
	h	210.97	420.49	633.09	852.55	2902.4	3025.0	3138.6	3248.7	3467.3	3689.2	3916.5	4149.4
	s	0.70258	1.30538	1.83994	2.32995	6.5454	6.7696	6.9596	7.1296	7.4323	7.7022	7.9485	8.1763
25.00 (223.9)	v	0.001011	0.001043	0.001089	0.001156	0.086 985	0.098 925	0.109 75	0.120 04	0.139 87	0.159 21	0.178 26	0.197 14
	h	211.4	420.86	633.4	852.76	2879.5	3010.4	3128.2	3240.7	3461.7	3685.1	3913.4	4147.0
	s	0.70235	1.30499	1.83939	2.32916	6.4077	6.6470	6.8442	7.0178	7.3240	7.5956	7.8431	8.0716
30.00 (233.8)	v	0.001011	0.001042	0.001089	0.001155	0.070 551	0.081 159	0.090 526	0.099 310	0.116 08	0.132 34	0.148 32	0.164 12
	h	211.83	421.24	633.71	852.96	2854.8	2995.1	3117.5	3232.5	3456.5	3681.0	3910.3	4144.7
	s	0.70212	1.3046	1.83883	2.32838	6.2857	6.5422	6.7471	6.9246	7.2345	7.5079	7.7564	7.9857
35.00 (242.5)	v	0.001011	0.001042	0.001089	0.001155	0.058 693	0.068 424	0.076 776	0.084 494	0.099 088	0.113 15	0.126 94	0.140 54
	h	212.26	421.62	634.03	853.17	2828.1	2979.0	3106.5	3224.2	3450.6	3676.9	3907.2	4142.4
	s	0.70188	1.30421	1.83828	2.32759	6.1732	6.4491	6.6626	6.8443	7.1580	7.4332	7.6828	7.9128
40.00 (250.3)	v	0.00101	0.001042	0.001088	0.001154	0.001251	0.058 833	0.066 446	0.073 376	0.086 341	0.098 763	0.110 90	0.122 85
	h	212.69	421.99	634.34	853.37	1085.78	2962.0	3095.1	3215.7	3445.0	3672.8	3904.1	4140.0
	s	0.70165	1.30382	1.83773	2.32681	2.79343	6.3642	6.5870	6.7733	7.0909	7.3680	7.6187	7.8495
45.00 (257.4)	v	0.00101	0.001041	0.001088	0.001154	0.00125	0.051 336	0.058 696	0.064 721	0.076 427	0.087 570	0.098 425	0.109 10
	h	213.12	422.37	634.65	853.58	1085.77	2944.2	3083.3	3207.1	3439.3	3668.6	3901.0	4137.7
	s	0.70142	1.30343	1.83718	2.32603	2.79221	6.2852	6.5182	6.7093	7.0311	7.3100	7.5619	7.7934

TABELLA 3B PROPRIETA' TERMODINAMICHE DELL'ACQUA – VAPORE SURRISCALDATO – GAS
vol. specifico v [m³/kg], entalpia h [kJ/kg], entropia s [kJ/kgK]

Pressione bar (temp. Sat.°C)		50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
50.00 (263.9)	v	0.00101	0.001041	0.001088	0.001153	0.001249	0.045 301	0.051 941	0.057 791	0.068 494	0.078 616	0.088 446	0.098 093
	h	213.55	422.74	634.96	853.79	1085.76	2925.5	3071.2	3198.3	3433.7	3664.5	3897.9	4135.3
	s	0.70119	1.30304	1.83663	2.32525	2.791	6.2105	6.4545	6.6508	6.9770	7.2578	7.5108	7.7431
60.00 (275.6)	v	0.001009	0.001041	0.001087	0.001152	0.001248	0.036 145	0.042 222	0.047 379	0.056 592	0.065 184	0.073 478	0.081 587
	h	214.41	423.49	635.58	854.21	1085.75	2885.0	3045.8	3180.1	3422.2	3656.2	3891.7	4130.7
	s	0.70072	1.30227	1.83554	2.3237	2.78859	6.0692	6.3386	6.5462	6.8818	7.1664	7.4217	7.6550
70.00 (285.8)	v	0.001009	0.00104	0.001086	0.001151	0.001246	0.029 457	0.035 233	0.039 922	0.048 086	0.055 590	0.062 787	0.069 798
	h	215.26	424.25	636.21	854.63	1085.75	2839.4	3018.7	3161.2	3410.6	3647.9	3885.4	4126.0
	s	0.70026	1.30149	1.83445	2.32217	2.78621	5.9327	6.2333	6.4536	6.7993	7.0880	7.3456	7.5808
80.00 (295.0)	v	0.001009	0.00104	0.001086	0.00115	0.001244	0.024 264	0.029 948	0.034 310	0.041 704	0.048 394	0.054 770	0.060 956
	h	216.12	425	636.84	855.06	1085.77	2786.8	2989.9	3141.6	3398.8	3639.5	3879.2	4121.5
	s	0.69979	1.30072	1.83337	2.32064	2.78386	5.7942	6.1349	6.3694	6.7262	7.0191	7.2790	7.5158
90.00 (303.3)	v	0.001008	0.001039	0.001085	0.001149	0.001245	0.001402	0.025 792	0.029 29	0.036 737	0.042 798	0.048 534	0.054 080
	h	216.98	425.75	637.47	855.49	1085.79	1344.55	2959.0	3121.2	3386.8	3631.1	3873.0	4116.7
	s	0.69933	1.29955	1.83229	2.31912	2.78153	3.25329	6.0408	6.2915	6.6600	6.9574	7.2196	7.4579
100.00 (311.0)	v	0.001008	0.001039	0.001084	0.001148	0.001241	0.001398	0.022 421	0.026 408	0.032 760	0.038 320	0.043 546	0.048 580
	h	217.84	426.5	638.1	855.92	1085.83	1343.36	2925.8	3099.9	3374.6	3622.7	3866.8	4112.0
	s	0.69887	1.29919	1.83121	2.31761	2.77923	3.24878	5.9489	6.2182	6.5994	6.9013	7.1660	7.4058
125.00 (327.8)	v	0.001007	0.001037	0.001083	0.001146	0.001236	0.001388	0.016 122	0.020 010	0.025 590	0.030 259	0.034 510	0.038 682
	h	219.99	428.39	639.67	857.02	1085.96	1340.65	2828.0	3042.9	3343.3	3601.4	3851.1	4100.3
	s	0.69771	1.29728	1.82854	2.31387	2.77357	3.23797	5.7155	6.0481	6.4654	6.7796	7.0504	7.2942
150.00 (342.1)	v	0.001006	0.001036	0.001081	0.001143	0.001232	0.001378	0.011 462	0.015 661	0.020 795	0.024 884	0.028 587	0.032 086
	h	222.13	430.27	641.26	858.14	1086.16	1338.25	2694.8	2979.1	3310.6	3579.8	3835.4	4088.6
	s	0.69656	1.29638	1.8259	2.31018	2.76804	3.22776	5.4467	5.8876	6.3487	6.6764	6.9536	7.2013
175.00 (354.6)	v	0.001005	0.001036	0.00108	0.001141	0.001229	0.001369	0.001716	0.012 460	0.017 359	0.021 043	0.024 314	0.027 376
	h	224.27	432.16	642.85	859.27	1096.41	1336.14	1663.62	2906.3	3276.5	3557.8	3819.7	4077.0
	s	0.69541	1.29351	1.82328	2.30655	2.76265	3.21808	3.764	5.7274	6.2432	6.5858	6.8698	7.1215
200.00 (365.7)	v	0.001003	0.001034	0.001078	0.001139	0.001225	0.001361	0.001666	0.009 947 0	0.014 771	0.018 161	0.021 111	0.023 845
	h	226.41	434.05	644.45	860.43	1086.72	1334.26	1647.18	2820.5	3241.1	3535.5	3803.8	4065.3
	s	0.69427	1.29614	1.82068	2.30296	2.75737	3.20885	3.73084	5.5585	6.1456	6.5043	6.7953	7.0511
300.00	v	0.000999	0.001029	0.001072	0.00113	0.001211	0.001322	0.001554	0.002 830 6	0.008 680 8	0.011 436	0.013 647	0.015 619
	h	234.95	441.62	650.9	865.2	1088.42	1328.69	1610.04	2161.8	3085.0	3443.0	3739.7	4018.5
	s	0.68971	1.2843	1.81053	2.28907	2.73735	3.17565	3.64552	4.4896	5.7972	6.2340	6.5560	6.8288
400.00	v	0.000995	0.001024	0.001066	0.001122	0.001198	0.001308	0.00149	0.001 909 1	0.005 615 6	0.008 088 4	0.009 930 2	0.011 521
	h	243.46	449.22	657.44	870.2	1090.76	1325.39	1589.69	1934.1	2906.8	3346.4	3674.8	3971.7
	s	0.68519	1.27714	1.80072	2.27584	2.71879	3.14688	3.58848	4.1190	5.4762	6.0135	6.3701	6.6606
500.00	v	0.000991	0.00102	0.001061	0.001114	0.001187	0.001287	0.001444	0.001 729 1	0.003 882 2	0.006 111 3	0.007 719 7	0.009 075 9
	h	251.94	456.83	664.06	865.4	1093.61	1323.69	1576.39	1877.7	2723.0	3248.3	3610.2	3925.3
	s	0.68069	1.27014	1.79123	2.26319	2.70145	3.12127	3.54361	4.0083	5.1782	5.8207	6.2138	6.5222
600.00	v	0.000988	0.001016	0.001055	0.001107	0.001176	0.00127	0.001408	0.001 632 4	0.002 915 5	0.004 835 0	0.006 269 0	0.007 460 3
	h	260.39	464.46	670.74	880.76	1096.88	1323.17	1567.15	1847.3	2570.6	3151.6	3547.0	3879.6
	s	0.67622	1.26331	1.78203	2.25105	2.68513	3.09806	3.5059	3.9383	4.9374	5.6477	6.0775	6.4031
700.00	v	0.000984	0.001012	0.00105	0.001101	0.001166	0.001254	0.001379	0.001 567 1	0.002 466 8	0.003 971 9	0.005 256 6	0.006 320 8
	h	268.81	472.1	677.48	886.27	1100.51	1323.57	1560.58	1827.8	2467.1	3060.4	3486.3	3835.3
	s	0.67177	1.25662	1.76308	2.23937	2.66967	3.07674	3.473	3.8855	4.7688	5.4931	5.9562	6.2979
800.00	v	0.000980	0.001008	0.001045	0.001094	0.001157	0.00124	0.001355	0.001 518 0	0.002 188 1	0.003 379 2	0.004 519 3	0.005 480 5
	h	277.2	479.75	684.28	891.92	1104.43	1324.7	1555.92	1814.2	2397.4	2980.3	3428.7	3792.8
	s	0.66733	1.25006	1.76438	2.22811	2.65497	3.05696	3.4436	3.8425	4.6488	5.3595	5.8470	6.2034
900.00	v	0.000977	0.001004	0.001041	0.001088	0.001149	0.001227	0.001334	0.001 478 8	0.002 012 9	0.002 966 8	0.003 964 2	0.004 840 7
	h	285.55	487.4	691.12	897.87	1108.62	1326.43	1552.7	1804.6	2349.9	2913.5	3374.6	3752.4
	s	0.6629	1.24363	1.75591	2.21721	2.64093	3.03845	3.41686	3.8059	4.5602	5.2468	5.7479	6.1179
1000.00	v	0.000973	0.001	0.001036	0.001082	0.001141	0.001216	0.001315	0.001 446 4	0.001 893 4	0.002 668 1	0.003 535 6	0.004 341 1
	h	293.87	495.07	698	903.53	1113.02	1328.65	1550.6	1797.6	2316.1	2857.5	3324.4	3714.3
	s	0.65848	1.23732	1.74764	2.20666	2.62748	3.02102	3.39225	3.7738	4.4913	5.1505	5.6579	6.0397

TABELLA 4.

PROPRIETA' TERMODINAMICHE DEL REFRIGERANTE R134A ALLA SATURAZIONE

Temp. °C	Press. bar	Volume Specifico m ³ /kg		Energia interna kJ/kg		Entalpia kJ/kg			Entropia kJ/kg K		Temp. °C
		liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vap.	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	
		$v_l \times 10^3$	v_v	u_l	u_v	h_l	Δh_{lv}	h_v	s_l	s_v	
-40	0.5164	0.7055	0.3569	49.94	254.43	49.98	222.88	272.86	0.8030	1.759	-40
-36	0.6332	0.7113	0.2947	54.66	256.71	54.71	220.67	275.38	0.8231	1.7536	-36
-32	0.7704	0.7172	0.2451	59.45	258.99	59.50	218.37	277.88	0.8431	1.7486	-32
-28	0.9305	0.7233	0.2052	64.29	261.27	64.35	216.01	280.36	0.8630	1.7441	-28
-26	1.0199	0.7265	0.1882	66.73	262.41	66.80	214.80	281.60	0.8729	1.7420	-26
-24	1.1160	0.7296	0.1728	69.19	263.55	69.27	213.57	282.83	0.8828	1.7400	-24
-22	1.2192	0.7328	0.1590	71.66	264.68	71.75	212.32	284.06	0.8927	1.7381	-22
-20	1.3299	0.7361	0.1464	74.15	265.82	74.24	211.05	285.29	0.9026	1.7362	-20
-18	1.4483	0.7395	0.1350	76.65	266.95	76.75	209.76	286.51	0.9124	1.7345	-18
-16	1.5748	0.7428	0.1247	79.16	268.08	79.28	208.45	287.72	0.9222	1.7328	-16
-12	1.8540	0.7498	0.1068	84.23	270.34	84.37	205.77	290.13	0.9418	1.7297	-12
-8	2.1704	0.7569	0.0919	89.36	272.58	89.52	203.00	292.52	0.9613	1.7269	-8
-4	2.5274	0.7644	0.0794	94.54	274.82	94.73	200.15	294.88	0.9807	1.7243	-4
0	2.9282	0.7710	0.0689	99.77	277.04	100.00	197.21	297.21	1.0000	1.7220	0
4	3.3765	0.7801	0.0600	105.06	279.25	105.33	194.19	299.51	1.0192	1.7199	4
8	3.8756	0.7884	0.0525	110.41	281.44	110.71	191.07	301.78	1.0384	1.7180	8
12	4.4294	0.7971	0.0460	115.81	283.61	116.16	187.85	304.01	1.0575	1.7162	12
16	5.0416	0.8062	0.0405	121.27	285.76	121.67	184.52	306.20	1.0765	1.7146	16
20	5.7160	0.8157	0.0358	126.78	287.89	127.24	181.09	308.34	1.0954	1.7132	20
24	6.4566	0.8257	0.0317	132.35	289.99	132.88	177.55	310.43	1.1143	1.7119	24
26	6.8530	0.8309	0.0298	135.16	291.03	135.73	175.73	311.46	1.1238	1.7112	26
28	7.2675	0.8362	0.0281	137.98	292.06	138.59	173.89	312.48	1.1332	1.7106	28
30	7.7006	0.8417	0.0265	140.82	293.08	141.47	172.00	313.48	1.1426	1.7100	30
32	8.1528	0.8473	0.0250	143.68	294.10	144.37	170.09	314.46	1.1520	1.7094	32
34	8.6247	0.8530	0.0236	146.56	295.10	147.29	168.14	315.43	1.1614	1.7088	34
36	9.1168	0.8590	0.0223	149.45	296.09	150.23	166.15	316.38	1.1708	1.7083	36
38	9.6298	0.8651	0.0210	152.36	297.07	153.19	164.12	317.31	1.1802	1.7077	38
40	10.164	0.8714	0.0199	155.28	298.04	156.17	162.05	318.22	1.1896	1.7071	40
42	10.720	0.8780	0.0188	158.23	299.00	159.17	159.94	319.12	1.1990	1.7065	42
44	11.299	0.8847	0.0177	161.20	299.94	162.20	157.79	319.99	1.2084	1.7060	44
48	12.526	0.8989	0.0159	167.20	301.77	168.33	153.33	321.66	1.2273	1.7047	48
52	13.851	0.9142	0.0142	173.29	303.53	174.56	148.66	323.22	1.2462	1.7034	52
56	15.278	0.9308	0.0127	179.49	305.21	180.91	143.75	324.66	1.2652	1.7020	56
60	16.813	0.9488	0.0114	185.80	306.79	187.40	138.57	325.97	1.2844	1.7003	60
70	21.162	1.0027	0.0086	206.20	310.13	204.32	124.08	328.41	1.3332	1.6948	70
80	26.324	1.0766	0.0064	219.86	312.12	222.69	106.41	329.10	1.3844	1.6857	80
90	32.435	1.1949	0.0046	239.8	311.32	243.67	82.63	326.30	1.4410	1.6685	90
100	39.742	1.5443	0.0027	268.58	298.47	274.72	34.40	309.11	1.5226	1.6147	100

Press. bar	Temp. °C	Volume Specifico m ³ /kg		Energia interna kJ/kg		Entalpia kJ/kg			Entropia kJ/kg K		Press. bar
		liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	liquido saturo	vap.	vapore saturo	liquido saturo	vapore saturo	
		$v_l \times 10^3$	v_v	u_l	u_v	h_l	Δh_{lv}	h_v	s_l	s_v	
0.6	-37.07	0.7097	0.3100	53.39	256.10	53.44	221.27	274.70	0.8177	1.755	0.6
0.8	-31.21	0.7184	0.2366	60.39	259.44	60.45	217.92	278.37	0.8470	1.7477	0.8
1.0	-26.43	0.7258	0.1917	66.20	262.16	66.27	215.06	281.33	0.8708	1.7425	1.0
1.2	-22.36	0.7323	0.1614	71.21	264.48	71.30	212.54	283.84	0.8909	1.7384	1.2
1.4	-18.80	0.7381	0.1395	75.64	266.50	75.75	210.27	286.02	0.9085	1.7352	1.4
1.6	-15.62	0.7435	0.1229	79.64	268.30	79.76	208.19	287.95	0.9241	1.7325	1.6
1.8	-12.73	0.7485	0.1098	83.29	269.92	83.43	206.26	289.69	0.9382	1.7303	1.8
2.0	-10.09	0.7532	0.0993	86.67	271.41	86.82	204.46	291.28	0.9511	1.7283	2.0
2.4	-5.37	0.7618	0.0834	92.75	274.05	92.93	201.14	294.07	0.9740	1.7252	2.4
2.8	-1.23	0.7697	0.0719	98.16	276.36	98.37	198.13	296.5	0.9941	1.7227	2.8
3.2	2.48	0.7770	0.0632	103.04	278.41	103.29	195.35	298.64	1.0119	1.7207	3.2
3.6	5.84	0.7839	0.0564	107.52	280.26	107.80	192.76	300.56	1.0281	1.7190	3.6
4.0	8.93	0.7904	0.0509	111.67	281.95	111.98	190.32	302.30	1.0429	1.7175	4.0
5.0	15.74	0.8056	0.0409	120.91	285.62	121.31	184.74	306.05	1.0753	1.7147	5.0
6.0	21.58	0.8196	0.0341	128.97	288.72	129.46	179.71	309.17	1.1029	1.7127	6.0
7.0	26.72	0.8328	0.0292	136.17	291.4	136.76	175.07	311.83	1.1272	1.7110	7.0
8.0	31.33	0.8454	0.0255	142.73	293.76	143.40	170.73	314.13	1.1489	1.7096	8.0
9.0	35.53	0.8576	0.0226	148.77	295.86	149.54	166.62	316.16	1.1686	1.7084	9.0
10.0	39.39	0.8695	0.0202	154.4	297.75	155.27	162.68	317.95	1.1868	1.7073	10.0
12.0	46.32	0.8928	0.0166	164.67	301.01	165.21	155.23	320.97	1.2194	1.7053	12.0
14.0	52.43	0.9159	0.0140	173.96	303.72	175.24	148.14	323.38	1.2483	1.7033	14.0
16.0	57.92	0.9392	0.0121	182.5	305.98	184.00	141.31	325.31	1.2744	1.7012	16.0
18.0	62.91	0.9631	0.0105	190.47	307.86	192.20	134.60	326.81	1.2984	1.6989	18.0
20.0	67.49	0.9878	0.0093	198	309.39	199.97	127.95	327.92	1.3208	1.6964	20.0
25.0	77.59	1.0562	0.0069	215.46	311.82	218.10	111.06	329.15	1.3717	1.6884	25.0
30.0	86.22	1.1416	0.0053	231.86	312.14	235.28	92.71	327.99	1.4186	1.6765	30.0