ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

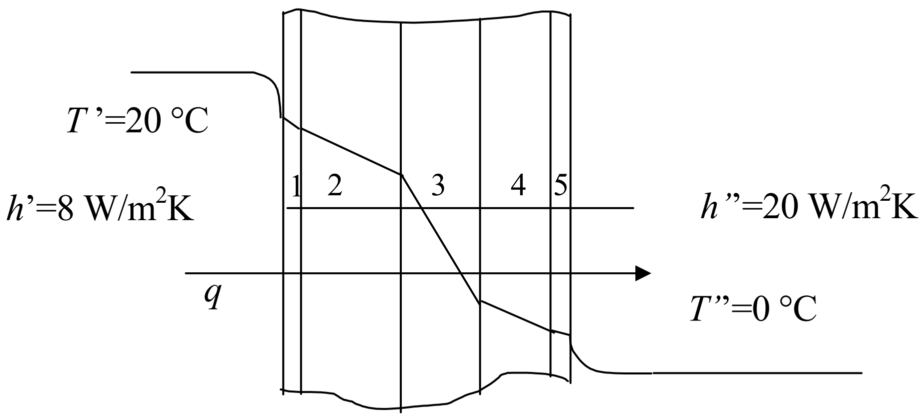
N°1

CONDUZIONE IN REGIME STAZIONARIO

Esercizio N°1

Valutare il flusso termico specifico trasmesso da una parete piana multistrato composta da cinque strati come indicato in figura. I coefficienti di scambio termico effettivi valgono rispettivamente h'=8 W/m^{2}K e h''=20 W/m^{2}K.
Si assumano inoltre i seguenti dati:

Temperatura fluido interno T'= 20 °C;
Temperatura fluido esterno T'' = 0 °C;
Strato N°1 (intonaco): s_1=2 cm; k_1=0.72 W/m K;
Strato N°2 (mattoni forati): s_2=12 cm; k_2=0.6 W/m K;
Strato N°3 (lana vetro in pannelli): s_3=10 cm; k_3=0.045 W/m K;
Strato N°4 (mattoni forati): s_4=8 cm; k_4=0.6 W/m K;
Strato N°5 (intonaco): s_5=2 cm; k_5=0.72 W/m K;



SOLUZIONE

$$q = \frac{T' - T''}{\frac{1}{h' \cdot A} + \frac{s_1}{k_1 \cdot A} + \frac{s_2}{k_2 \cdot A} + \frac{s_3}{k_3 \cdot A} + \frac{s_4}{k_4 \cdot A} + \frac{s_5}{k_5 \cdot A} + \frac{1}{h'' \cdot A}} = \underline{\overline{K}} \cdot A \cdot (T' - T'')$$

$$\frac{q}{A} = \underline{\overline{K}} \cdot (T' - T''); \quad \underline{\overline{K}} = \frac{1}{\frac{1}{h'} + \sum_i \frac{s_i}{k_i} + \frac{1}{h''}}$$

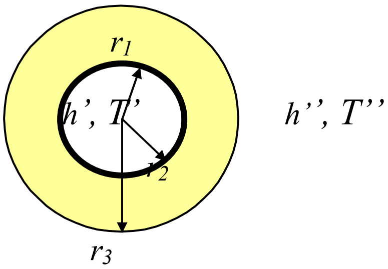
$$\underline{\overline{K}} = \frac{1}{0.125 + 0.02777 + 0.2 + 2.2222 + 0.13333 + 0.02777 + 0.05} = \frac{1}{2.786} = 0.359 \; W / m^2 K$$

$$\frac{q}{A} = 0.359 \cdot (20 - 0) = 7.18 \; W / m^2$$

Esercizio N° 2

Valutare il flusso termico disperso per unità di lunghezza da una tubazione coibentata immersa in aria ambiente alla temperatura T_a=20 °C.
La tubazione, in acciaio inox, ha un diametro interno di 2 cm ed uno spessore di 3 mm. La coibentazione, aderente alla superficie esterna del tubo in acciaio inox, ha uno spessore di 1 cm ed è realizzata in lana di vetro.
All'interno del tubo d'acciaio, defluisce acqua in convezione forzata, alla temperatura media T_{H2O}=82 °C.
Assumere inoltre i seguenti dati:

Conduttività termica acciao inox: k=20 W/m K;
Conduttività termica lana di vetro: k= 0.045 W/m K;
Coefficiente di scambio termico lato H_2O: h'= 5300 W/m^2 K;
Fouling factor lato H_2O: F=0.0002 m^2 K/W;
Coefficiente di scambio termico lato aria: h''= 8 W/m^2 K;



SOLUZIONE

$T_{H_2O} = 82\ °C = 355.15\ \ K;$

$$q = \frac{(T' - T'')}{\dfrac{1}{2\pi \cdot r_1\, L \cdot h'} + \dfrac{F_{H_2O}}{2\pi \cdot r_1\, L} + \dfrac{ln\dfrac{r_2}{r_1}}{2\pi \cdot k_1\, L} + \dfrac{ln\dfrac{r_3}{r_2}}{2\pi \cdot k_2 L} + \dfrac{1}{2\pi \cdot r_3 L \cdot h''}}$$

$$q=\frac{\Delta T}{\sum R}=\frac{82-20}{\frac{1}{2\pi\cdot 0.01\cdot L\cdot 5300}+\frac{0.0002}{2\pi\cdot 0.01\cdot L}+\frac{ln\frac{0.013}{0.01}}{2\pi\cdot 20\cdot L}+\frac{ln\frac{0.023}{0.013}}{2\pi\cdot 0.045\cdot L}+\frac{1}{2\pi\cdot 0.023\cdot L\cdot 8}}$$

$$\frac{q}{L}=\frac{62}{0.003+0.003183+0.002088+2.01795+0.865}=\frac{62}{2.89122}=21.444\ \ W/m$$

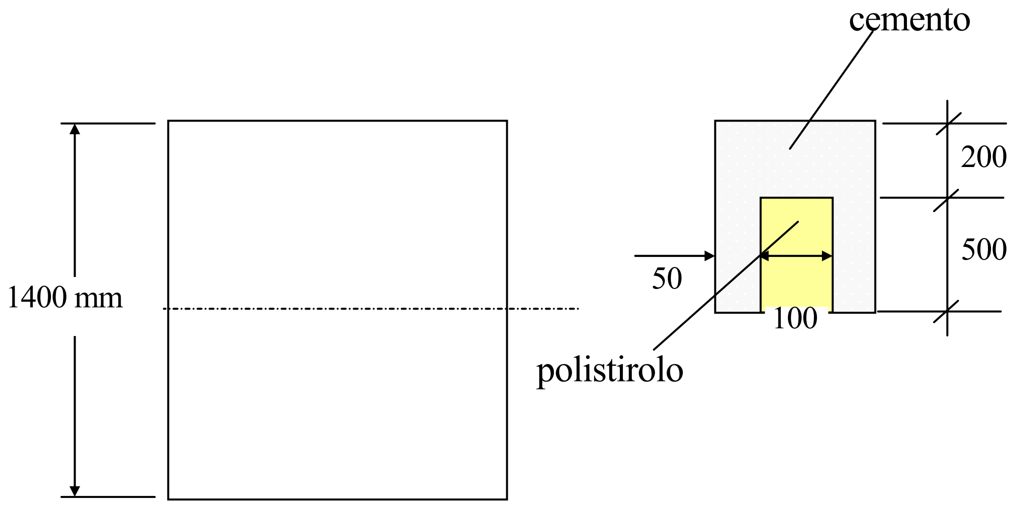
$$q = U\cdot A_e\cdot\left(T'-T''\right)$$

$$U=\frac{1}{\frac{r_3}{r_1}\cdot\frac{1}{h'}+\frac{r_3}{r_1}\cdot F_{H_2O}+r_3\left(\frac{ln\frac{r_2}{r_1}}{k_1}+\frac{ln\frac{r_3}{r_2}}{k_2}\right)+\frac{1}{h''}}$$

$$U=\frac{1}{0.0004339+0.00046+0.29191+0.125}=\frac{1}{0.4178}=2.39\quad W/m^2K$$

Esercizio N° 3

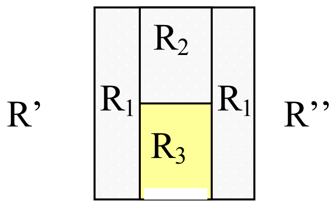
Valutare la resistenza termica complessiva di un pannello prefabbricato per l'edilizia. Il pannello ha le seguenti dimensioni:

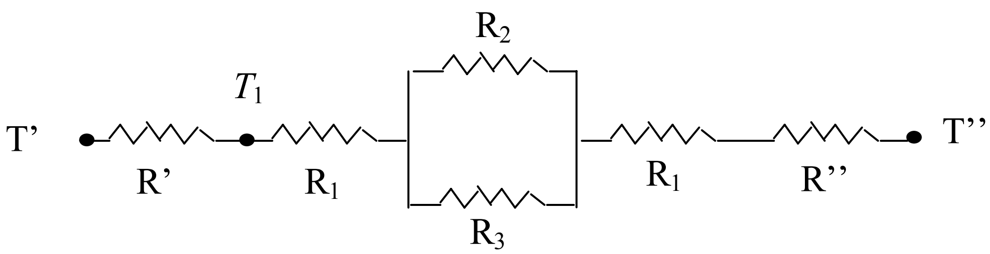


$$h' = 8 \quad W/m^2K; \quad h'' = 20 \quad W/m^2\,K$$

$$k_{cemento} = 1.68 \quad W/m\,K; \quad k_{polistirolo} = 0.037 \quad W/m\;K;$$

Prima schematizzazione





$$R' = \frac{1}{8 \cdot 0.7 \cdot 1} = 0.1785 \quad K/W; \; R'' = \frac{1}{20 \cdot 0.7 \cdot 1} = 0.0714 \; K/W;$$

$$R_1 = \frac{0.5}{1.68 \cdot 0.7 \cdot 1} = 0.0425 \quad K/W$$

$$R_2 = \frac{0.10}{1.68 \cdot 0.2 \cdot 1} = 0.2976 \quad K/W$$

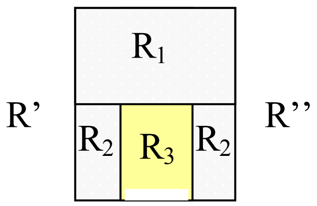
$$R_3 = \frac{0.10}{0.037 \cdot 0.5 \cdot 1} = 5.405 \quad K/W$$

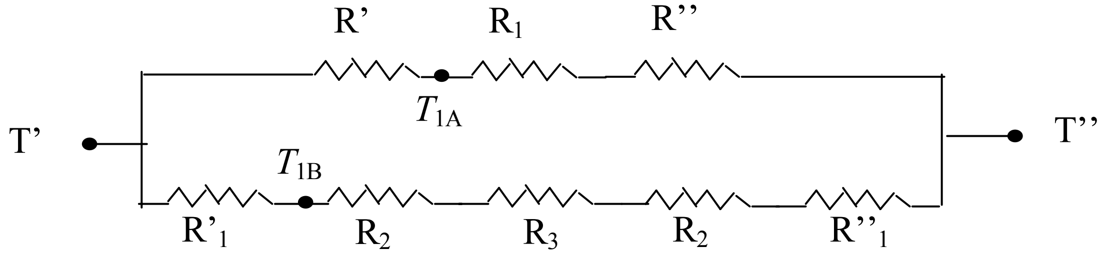
$$R_{equ} = R' + R_1 + \frac{1}{\dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}} + R_1 + R'' = 0.617 \quad K/W$$

$$\frac{1}{R_{equ}} = \underline{\overline{K}} \cdot A = 1.62 \quad W/K$$

$$q = \frac{(T' - T'')}{R_{eq}} = \frac{20}{0.617} = 32.41 \; W; \; T_1 = T' - q \cdot R' = 20 - 32.41 \cdot 0.1785 = 14.2 \; °C$$

Seconda schematizzazione





$$R' = 0.625 \quad K/W;\ R'' = 0.25 \ K/W;$$
$$R_1' = 0.25 \quad K/W;\ R_1'' = 0.1 \ K/W;$$
$$R_1 = \frac{0.2}{1.68 \cdot 0.2 \cdot 1} = 0.5952 \ K/W;\ R_2 = \frac{0.05}{1.68 \cdot 0.5 \cdot 1} = 0.05952$$
$$R_3 = \frac{0.1}{0.5 \cdot 1 \cdot 0.037} = 5.4054 \ K/W;$$
$$R_A = R' + R_1 + R'' = 1.47 \ K/W$$
$$R_B = R_1' + R_2 + R_3 + R_2 + R_1'' = 5.874 \ K/W$$
$$R_{equ} = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}} = 1.17 K/W;\ \frac{1}{R_{equ}} = \underline{\overline{K}} \cdot A = 0.85 \quad W/K;$$

Nell'ipotesi che (*T*'-*T*'')=20 °C si ha:

$$q_A = \frac{(T' - T'')}{R_A} = \frac{20}{1.47} = 13.605 \ W;\ q_B = \frac{(T' - T'')}{R_B} = \frac{20}{5.874} = 3.4048 \ W;$$
$$T_{1\,A} = T' - q_A \cdot R' = 20 - 13.605 \cdot 0.625 = 11.5 \ °C$$

$$T_{1\,B} = T' - q_B \cdot R_1' = 20 - 3.4048 \cdot 0.25 = 19.15 \ °C$$

Con la prima schematizzazione, si impone una temperatura uniforme sulla superficie del pannello, il che significa ipotizzare una conduttività laterale infinitamente grande, esaltando al massimo possibile gli effetti del ponte termico. Ne consegue una trasmittanza globale valutata per eccesso:

$$\frac{1}{R_{equ}} = \underline{\overline{K}} \cdot A = 1.62 \ W/K$$

Con la seconda schematizzazione, si impongono due temperature diverse per le due parti della superficie, il che significa limitare l'effetto del ponte termico al solo spessore dello stesso (k laterale tendente a zero). La trasmittanza globale risulta pertanto, in questo caso, calcolata per difetto:

$$\frac{1}{R_{equ}} = \underline{\overline{K}} \cdot A = 0.85 \qquad W/K;$$

Eseguendo il calcolo tenendo conto che, in realtà, il problema termico è tri-dimensionale e non mono-dimensionale si trova che la trasmittanza KA ha un valore intermedio a quelli estremi, trovati con le due schematizzazioni.

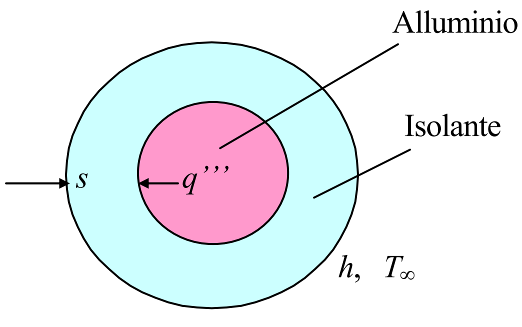
$$\underline{\overline{K}}_{effettivo} \cdot A \approx 1.2 \quad W/K;$$

Esercizio N° 4

Un cavo elettrico di alluminio molto lungo del diametro D=0.5 mm è posto in aria stagnante ed il coefficiente di scambio termico complessivo (convezione ed irraggiamento) tra la superficie esterna del cavo e l'ambiente vale h=35 W/m^{2}K.
Nel conduttore elettrico viene fatta passare una corrente costante e, per effetto Joule, viene dissipato un flusso termico per unità di volume q''' anch'esso costante nel tempo.
Valutare: la temperatura massima raggiunta dal filo di alluminio.
Valutare la temperatura della superficie del cavo all'interfaccia con l'aria.
Valutare inoltre la temperatura all'interfaccia con l'aria dello stesso cavo, nell'ipotesi di coibentarlo con uno spessore s di isolante. Valutare infine, sempre nel caso di cavo coibentato, la temperatura all'interfaccia alluminio-isolante.

Si assumano i seguenti dati:

Conduttività termica alluminio:	K_{al}=180 W/m K;
Conduttività termica isolante:	K_{is}=0.12 W/m K;
Flusso termico generato nel conduttore elettrico:	$q'''=10^7$ W/m^3;
Temperatura dell'aria ambiente:	T_∞ =25 ° C ;
Spessore dell'isolante	s=0.3 mm;



SOLUZIONE

Caso del cavo nudo

$$T(r) = T_\infty + \frac{q'''\cdot R_1}{2h} + \frac{q'''\cdot R_1^{\,2}}{4k}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

$$T_{max} = T_\infty + \frac{q'''\,R_1}{2\,h} + \frac{q'''\,R_1^2}{4\,k_{al}} = 25 + \frac{10^7\cdot 0.25\cdot 10^{-3}}{2\cdot 35} + \frac{10^7\cdot\left(0.25\cdot 10^{-3}\right)^2}{4\cdot 180} =$$

$$= 25 + 35.7 + 0.00087 = 60.700087\,°C$$

$$T_1 = T_\infty + \frac{q'''\cdot R_1}{2\cdot h} = 25 + 35.7 = 60.7\ °C$$

Caso del cavo coibentato

$$q'''\cdot\pi\cdot R_1^2\cdot L = 2\cdot\pi\cdot R_2\cdot h\cdot\left(T_2 - T_\infty\right)$$

$$T_2 = T_\infty + \frac{q'''\cdot R_1^2}{2\cdot R_2\cdot h} = 25 + \frac{10^7\cdot\left(0.25\cdot 10^{-3}\right)^2}{2\cdot 0.55\cdot 10^{-3}\cdot 35} = 25 + 16.230 = 41.23\ °C$$

$$q = \frac{\Delta T}{\dfrac{ln\dfrac{R_2}{R_1}}{2\cdot\pi\cdot k_{is}\cdot L}} = \pi\cdot R_1^2\cdot q'''\cdot L; \qquad \Delta T = \frac{R_1^2\cdot q'''}{2\cdot k_{is}}\cdot ln\frac{R_2}{R_1};$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{\left(0.25\cdot 10^{-3}\right)^2\cdot 10^7}{2\cdot 0.12}\cdot ln\frac{0.55}{0.25} = 2.604\cdot 0.788457 = 2.05314;$$

$$T_1 = T_2 + 2.05 = 41.23 + 2.053 = 43.283\ °C$$

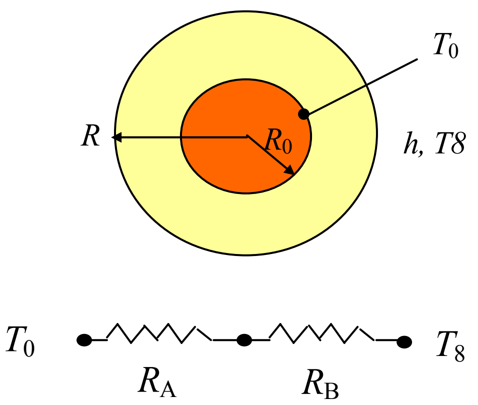
ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

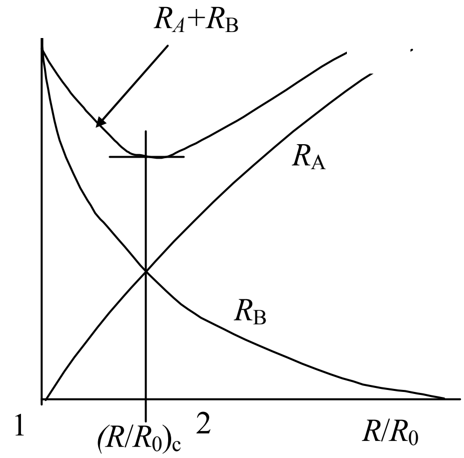
N°2

CONDUZIONE IN REGIME STAZIONARIO

ESERCIZIO N° 1

Si consideri il problema dell'isolamento di un cavo elettrico che dissipa calore per effetto Joule. Determinare lo spessore critico dell'isolante (se esiste) che massimizza il flusso termico disperso nell'ambiente.





$$R_A = \frac{ln\frac{R}{R_0}}{2\pi k\,L}; \quad R_B = \frac{1}{2\pi R\,L\,h};$$

$$q = \frac{T_0 - T_\infty}{\frac{ln\frac{R}{R_0}}{2\pi k\,L} + \frac{1}{2\pi R\,L\,h}} = \frac{2\pi k\,L\cdot\left(T_0 - T_\infty\right)}{ln\frac{R}{R_0} + \frac{k\cdot R_0}{R\cdot h\cdot R_0}} = \frac{2\pi k\,L\cdot\left(T_0 - T_\infty\right)}{ln\frac{R}{R_0} + \frac{\frac{1}{Bi}}{\frac{R}{R_0}}}$$

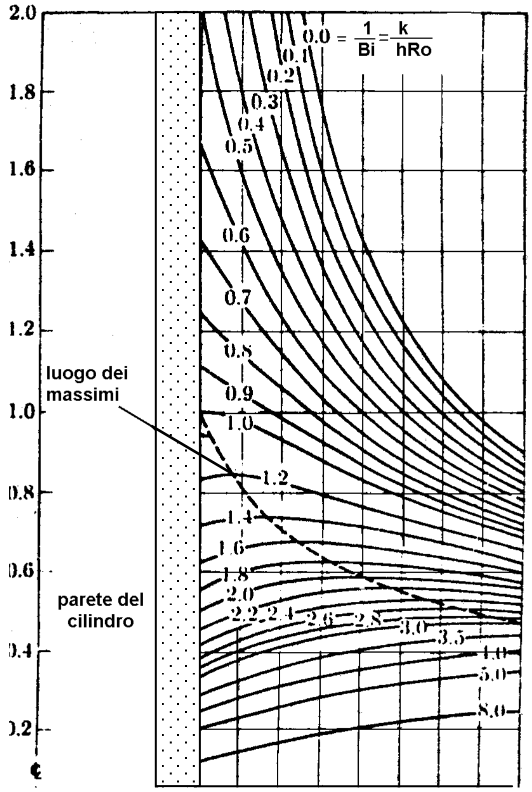
avendo definito il numero di Biot $Bi = \frac{h\,R_0}{k}$

$$\frac{dq}{d\left(R/R_0\right)}=\frac{-2\pi kL\cdot\left(\frac{1}{R/R_0}-\frac{1}{Bi}\cdot\frac{1}{\left(R/R_0\right)^2}\right)}{\left(\ldots\ldots\ldots\right)^2}=0$$

$$\frac{1}{\left(R/R_0\right)_c}-\frac{1}{Bi}\cdot\frac{1}{\left(R/R_0\right)_c^2}=0 \quad\Rightarrow\quad \left(R/R_0\right)_c=1/Bi\ ;$$

$$q_{max}=q\left(1/Bi\right)=\frac{2\pi k\,L\left(T_0-T_\infty\right)}{ln\frac{1}{Bi}+1}$$

$$\frac{q}{2\pi kL\left(T_0-T_\infty\right)}$$

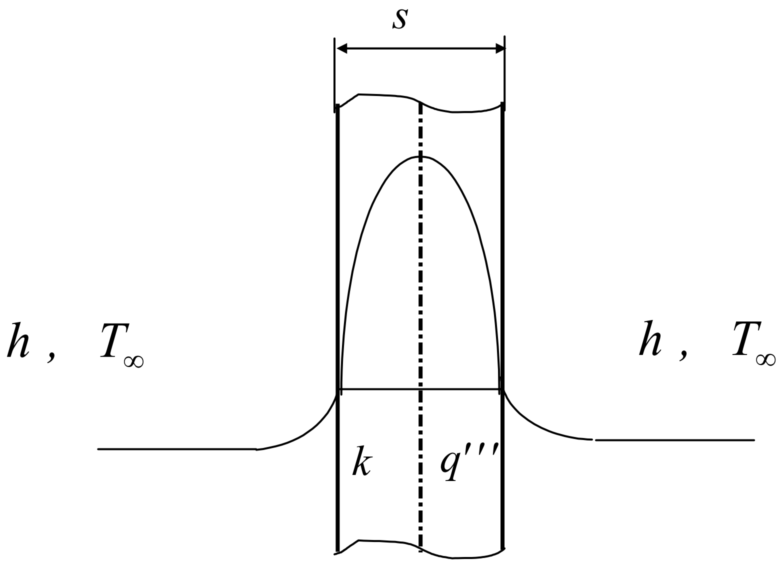


Se $\frac{1}{Bi}$<1, l’aggiunta di isolante sulla superficie esterna del tubo determina sempre una riduzione del flusso termico dissipato rispetto al caso di tubo nudo.

Se $\frac{1}{Bi}$>1, l’aggiunta di uno spessore di isolante comporta, dapprima, un aumento del flusso termico scambiato con il fluido. Dopo aver raggiunto un valore massimo (in corrispondenza dello spessore critico dell’isolante) il flusso termico tende poi a diminuire.

Esercizio N°2

Una lastra indefinita di combustibile nucleare ha uno spessore s=3 cm ed una conduttività termica media k=5 W/m K . Per effetto della fissione nucleare, all'interno della lastra vi è una generazione di flusso termico per unità di volume uniforme e costante pari a $q''' = 2 \cdot 10^6$ W/m^3 . La lastra è refrigerata simmetricamente da acqua in pressione alla temperatura $T_\infty = 250\ °C$ ed il coefficiente di scambio termico convettivo vale h=1500 W/m^2 K.
Calcolare la temperatura massima della lastra e la temperatura all'interfaccia con il refrigerante.
Assumendo che la temperatura critica per la lastra sia $T_c = 1500\ °C$, fino a che valore può diminuire il coefficiente di scambio termico convettivo h , a parità di ogni altra condizione, se non si vuole raggiungere tale condizione di criticità ?



SOLUZIONE

$$T(x) = T_\infty + \frac{q'''\cdot L}{h} + \frac{q'''\cdot L^2}{2\cdot k}\cdot\left[1-\left(\frac{x}{L}\right)^2\right]$$

$$T_{max} = 250 + \frac{2\cdot 10^6 \cdot 0.015}{1500} + \frac{2\cdot 10^6 \cdot (0.015)^2}{2\cdot 5} = 250 + 20 + 45 = 315 \;\; °C$$

$$T(L) = T_w = T_\infty + \frac{q'''\cdot L}{h}$$

$$T_w = T_\infty + \frac{q'''\cdot L}{h} = 250 + \frac{2\cdot 10^6 \cdot 0.015}{1500} = 250 + 20 = 270 \;\; °C$$

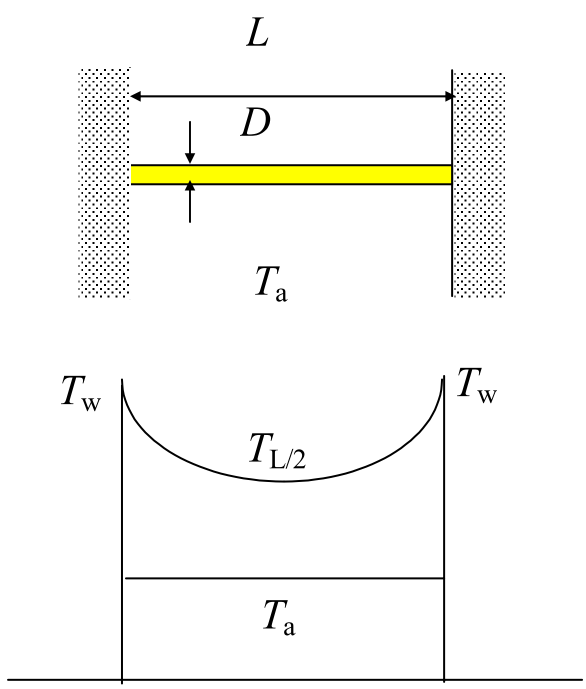
$$h_{min} = \frac{q'''\cdot L}{\left(T_{max} - T_\infty - \dfrac{q'''\cdot L^2}{2\cdot k}\right)} = \frac{2\cdot 10^6 \cdot 0.015}{\left(1500 - 250 - \dfrac{2\cdot 10^6 \cdot (0.015)^2}{2\cdot 5}\right)}$$

$$h_{min} = \frac{30000}{(1250-45)} = 24.9 \cong 25 \quad W/m^2\;K$$

Esercizio N°3

Le estremità di una barretta metallica cilindrica, sono brasate simmetricamente a due pareti, anch'esse metalliche, come rappresentato in figura. La temperatura a cui sono mantenute le due pareti è la stessa e vale T_w=160 °C mentre la temperatura dell'aria ambiente vale T_a=30 °C .
Valutare il flusso termico complessivamente scambiato dalla barretta all'ambiente circostante nell'ipotesi di considerare un coefficiente di scambio termico globale (convettivo + radiativo) pari a h=25 W/m^2 K. Calcolare inoltre la temperatura nella mezzeria della barretta.
Si assumano i seguenti dati per la barretta metallica cilindrica:

Lunghezza	L=20 cm
Diametro	D=10 mm
Conduttività termica	k=180 W/m K



SOLUZIONE

$$Bi = \frac{h\,D}{k} = \frac{25 \cdot 0.01}{180} = 0.00139 << 0.1$$

$$q = 2 \cdot \theta_0 \cdot \sqrt{h\,p\,k\,A} \cdot tanh\, m\frac{L}{2}$$

$$\theta_0 = T_w - T_a = 160 - 30 = 130\ °C$$

h=25 W/m^2 K; $p = \pi \cdot D = 0.031415\ \ m$; A=π$D^2$/4=0.000078537 m^2

$$m = \sqrt{\frac{h\,p}{k\,A}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 0.031415}{180 \cdot 0.000078537}} = \sqrt{55.55591} = 7.45358$$

$$tanh\, m\frac{L}{2} = tanh\, 0.745358 = 0.6323714$$

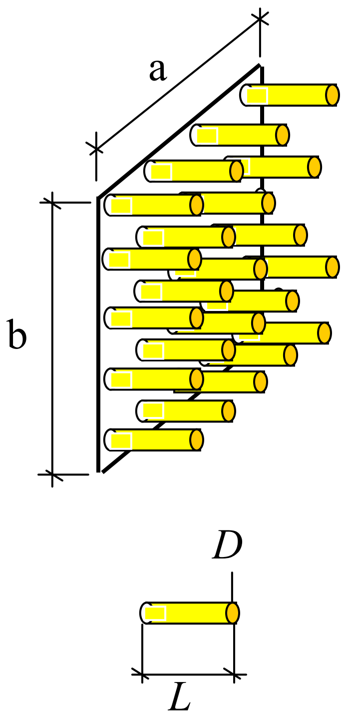
$$q = 2 \cdot 130 \cdot \sqrt{25 \cdot 0.031415 \cdot 180 \cdot 0.000078537} \cdot 0.6323714 = 17.32\quad W$$

$$\theta = \theta_0 \cdot \frac{cosh\, m\ 0}{cosh\, mL/2} = 130 \cdot \frac{1}{1.290880026} = 130 \cdot 0.7751409 = 100.77\,°C;$$

T=T_0+100.77=130.77 °C

Esercizio N°4

Valutare di quanto aumenta il flusso termico scambiato da una parete verticale dotandola di una aletta a spillo per ogni 4 cm^2 di superficie. Le dimensioni della parete sono: a= 0.20 m; b=0.20 m. L'aletta a spillo ha un diametro D=0.5 cm ed una lunghezza L=4 cm ed è realizzata con un materiale avente una conduttività termica pari a k=180 W/m K. La temperatura di base della parete è T_w=80 °C.
Eseguire i calcoli nei seguenti due casi: il fluido refrigerante è aria alla temperatura T_a=20 °C ed il coefficiente di scambio termico convettivo medio vale h=8 W/m^2 K ovvero acqua, sempre alla temperatura T_{H_2O}=20 °C, ma con un coefficiente di scambio convettivo h=350 W/m^2 K. Valutare per entrambi i casi l'efficacia e l'efficienza dell'aletta.
Assumere che, in prima approssimazione, in entrambi i casi il coefficiente di scambio termico convettivo h abbia lo stesso valore per la parete nuda e per quella alettata.



B.1 HYPERBOLIC FUNCTIONS[1]

x	$\sinh x$	$\cosh x$	$\tanh x$	x	$\sinh x$	$\cosh x$	$\tanh x$
0.00	0.0000	1.0000	0.00000	2.00	3.6269	3.7622	0.96403
0.10	0.1002	1.0050	0.09967	2.10	4.0219	4.1443	0.97045
0.20	0.2013	1.0201	0.19738	2.20	4.4571	4.5679	0.97574
0.30	0.3045	1.0453	0.29131	2.30	4.9370	5.0372	0.98010
0.40	0.4108	1.0811	0.37995	2.40	5.4662	5.5569	0.98367
0.50	0.5211	1.1276	0.46212	2.50	6.0502	6.1323	0.98661
0.60	0.6367	1.1855	0.53705	2.60	6.6947	6.7690	0.98903
0.70	0.7586	1.2552	0.60437	2.70	7.4063	7.4735	0.99101
0.80	0.8881	1.3374	0.66404	2.80	8.1919	8.2527	0.99263
0.90	1.0265	1.4331	0.71630	2.90	9.0596	9.1146	0.99396
1.00	1.1752	1.5431	0.76159	3.00	10.018	10.068	0.99505
1.10	1.3356	1.6685	0.80050	3.50	16.543	16.573	0.99818
1.20	1.5095	1.8107	0.83365	4.00	27.290	27.308	0.99933
1.30	1.6984	1.9709	0.86172	4.50	45.003	45.014	0.99975
1.40	1.9043	2.1509	0.88535	5.00	74.203	74.210	0.99991
1.50	2.1293	2.3524	0.90515	6.00	201.71	201.72	0.99999
1.60	2.3756	2.5775	0.92167	7.00	548.32	548.32	1.0000
1.70	2.6456	2.8283	0.93541	8.00	1490.5	1490.5	1.0000
1.80	2.9422	3.1075	0.94681	9.00	4051.5	4051.5	1.0000
1.90	3.2682	3.4177	0.95624	10.000	11013	11013	1.0000

SOLUZIONE

$$q = \vartheta_0 \sqrt{h\,p\,k\,A} \cdot tanh\, mL^*$$

dove

$$p = \pi \cdot D = 0.01571 m$$

$$A = \pi \cdot D^2 / 4 = 0.000019634\ m^2$$

$$N_{alette} = \frac{A_t}{4\ cm^2} = \frac{20 \cdot 20}{4} = 100 \quad alette$$

$$A_t = a \cdot b = 0.2 \cdot 0.2 = 0.04\ m^2;$$

$$A_{nuda} = A_t - N \cdot A_{aletta} = 0.04 - 100 \cdot 0.000019634 = 0.0380366$$

$$L^* = L + 0.5 \cdot 0.005 = 0.04 + 0.0025 = 0.0425\ m$$

Caso dell'aria h=8 W/m^2 K

$$m = \sqrt{\frac{h\,p}{k\,A}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 0.01571}{180 \cdot 0.000019634}} = 5.9634$$

$$q_{senza\ alette} = h \cdot A_t \cdot (T_w - T_\infty) = 8 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 60 = 19.2\ W$$

$$q_{aletta} = 1.2645 \cdot 0.25 = 0.316\ W$$

$$\varepsilon = \frac{q_{aletta}}{h \vartheta_0 A} = \frac{0.316}{8 \cdot 60 \cdot 0.000019634} = 33.5$$

$$\eta = \frac{tanh\, mL^\bullet}{mL^\bullet} = \frac{0.25}{5.9634 \cdot 0.0425} = 0.986$$

$$q_{nuda} = 8 \cdot A_{nuda} \cdot 60 = 8 \cdot 0.0380366 \cdot 60 = 18.26\ W$$

$$q_{sup.alettata} = q_{nuda} + N \cdot q_{aletta} = 18.26 + 100 \cdot 0.316 = 49.86\ W$$

Caso dell'acqua h=350 W/m^2 K

$$m = \sqrt{\frac{h\,p}{k\,A}} = \sqrt{\frac{350 \cdot 0.01571}{180 \cdot 0.000019634}} = 39.44$$

$$q_{senza\ alette} = h \cdot A_t \cdot (T_w - T_\infty) = 350 \cdot 0.2 \cdot 0.2 \cdot 60 = 840\ W$$

$$q_{aletta} = 8.36 \cdot tanh\left(39.44 \cdot L^*\right) = 8.36 \cdot tanh 1.676 = 8.36 \cdot 0.9321 = 7.79\ W$$

$$\varepsilon = \frac{q_{aletta}}{h \vartheta_0 A} = \frac{7.79}{350 \cdot 60 \cdot 0.000019634} = 18.9$$

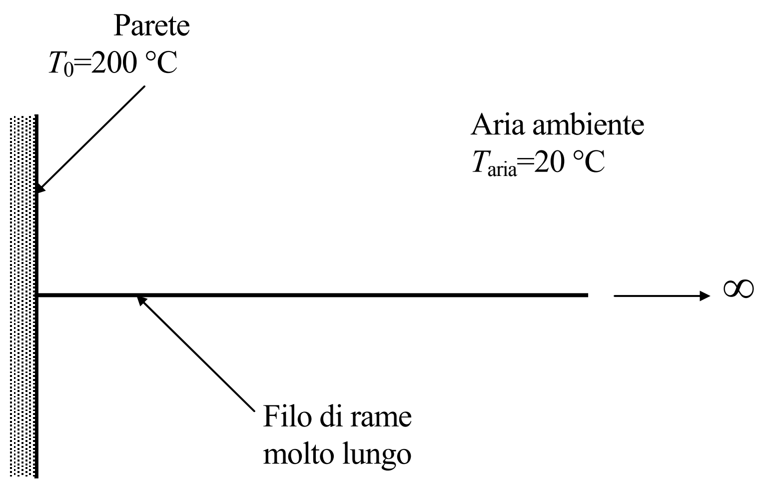
$$\eta = \frac{tanh\, mL^\bullet}{mL^\bullet} = \frac{0.9321}{39.44 \cdot 0.0425} = 0.556$$

$$q_{nuda} = 350 \cdot A_{nuda} \cdot 60 = 350 \cdot 0.0380366 \cdot 60 = 798\ W$$

$$q_{sup.alettata} = q_{nuda} + N \cdot q_{aletta} = 798 + 100 \cdot 7.79 = 1577\ W$$

Esercizio N°5

L'estremità di un filo di rame del diametro D=2 mm è brasata ad una parete metallica la cui temperatura, costante, è T_0=200 °C . Il filo, molto lungo, è mantenuto teso in posizione orizzontale, ed è immerso in aria alla temperatura T_{aria}=20 °C. Se il valore medio del coefficiente di scambio termico liminare per convezione ed irraggiamento tra il filo e l'ambiente, è pari a h=25 W/m^2 K, valutare a quale distanza limite, dalla parete, si può cominciare a toccare il filo con le mani senza problemi. Si scelga, convenientemente, un valore di temperatura sopportabile a lungo senza danni.
Valutare inoltre il flusso termico scambiato dal filo con l'ambiente tra la parete e quella distanza.



Assumere la conduttività termica del rame pari a k_{rame}=400 W/m K.

SOLUZIONE

Il filo è assimilabile ad una aletta sottile infinitamente lunga, la cui distribuzione di temperatura è governata dalla relazione.

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-mx};$$
$$\left(\frac{T - T_{aria}}{T_0 - T_{aria}}\right) = e^{-mx}$$

dove $m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 3.14 \cdot 0.002}{400 \cdot \frac{3.14 \cdot 0.002^2}{4}}} = 11.18 \ m^{-1}$

Assumendo T_{max}=40 °C la temperatura massima sopportabile dalla pelle umana, ed invertendo si ha:

$$L = -\frac{ln\frac{(T_{max} - T_{aria})}{(T_0 - T_{aria})}}{m} = -\frac{ln\, 0.11111}{11.18} \approx 0.197 \ m = 19.7\, cm$$

$$q = \int_0^L hP\vartheta_0 e^{-mx} dx$$
$$q = hP\vartheta_0 \cdot \left[-\frac{1}{m}e^{-mx}\right]_0^L = \frac{hP\vartheta_0}{m} \cdot \left[1 - e^{-mL}\right]$$

$$q = \frac{25 \cdot 3.14 \cdot 0.002 \cdot 180}{11.18} \cdot [1 - 0.1105] = 2.25 \ W$$

ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

N°3

CONDUZIONE IN REGIME TERMICO VARIABILE

ESERCIZIO N° 1

Una resistenza elettrica inguainata in acciaio inossidabile è immersa in un grande recipiente riempito di acqua alla temperatura costante di 20 °C . La resistenza, inizialmente in equilibrio termico con l'acqua, dissipa una potenza di 250 W . Valutare la temperatura di regime della resistenza, la temperatura raggiunta dopo che è trascorso un tempo pari alla costante di tempo ed il calore smaltito dalla resistenza all'acqua dopo che è trascorso un tempo pari a 3 minuti. .
Si assuma di poter considerare, in prima approssimazione, la resistenza inguainata come un filo omogeneo di acciaio inox.

Assumere inoltre i seguenti dati:
Diametro e lunghezza della resistenza rispettivamente D=1 cm; L=0.5 m;
Conduttività termica dell'acciaio inox : k=25 W/mK
Densità dell'acciaio inox ρ=7900 kg/m^3
Calore specifico dell'acciaio inox c=480 J/kg K

Coefficiente di scambio termico medio: h=150 W/m^2 K

Soluzione

$A = \pi\, D\, L = 3.14 \cdot 0.01 \cdot 0.5 = 0.0157 \;\; m^2$;

$V = \pi\, D^2\, L / 4 = 3.14 \cdot 0.01^2 \cdot 0.5 / 4 = 3.93 \cdot 10^{-5} \;\; m^3$

$Bi = \frac{h \cdot D}{k} = \frac{150 \cdot 0.01}{25} = 0.06 < 0.1$ L'analisi lumped è consentita

$$T = T_a + \frac{P}{h \cdot A}\left[1 - e^{-\frac{hA}{\rho c v}\cdot\tau}\right]$$

$$T_{a\,sin\,t} = 20 + \frac{250}{150 \cdot 0.0157} = 20 + 106.2 = 126.2\,°C$$

$$\tau_0 = \frac{\rho\, c\, V}{h\, A} = \frac{7900 \cdot 480 \cdot 3.93 \cdot 10^{-5}}{150 \cdot 0.015707} = 63.2 \; s$$

$$T = 20 + \frac{250}{150 \cdot 0.0157}\left[1 - \frac{1}{e}\right] = 20 + 106.2 \cdot 0.632 = 87.1 \; °C$$

$$Q = \int_0^{\tau^\bullet} h \cdot A \cdot (T - T_a)\, d\tau = \int_0^{\tau^\bullet} h \cdot A \cdot \frac{P}{h \cdot A}\left(1 - e^{-\tau/\tau_0}\right) d\tau = P\left[\tau^\bullet - \tau_0\left(1 - e^{-\tau^\bullet/\tau_0}\right)\right]$$

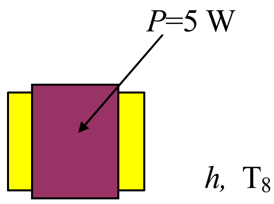
$$Q = 250 \cdot \left(180 - 63.2 \cdot (1 - 0.05795)\right) \cong 30.11 \; kJ$$

$$Q = 250 \cdot (180 - 59.537) \cong 30.11 \;\; kj$$

ESERCIZIO N° 2

Un piccolo trasformatore elettrico dissipa per effetto Joule un flusso termico pari a 5 W. Il trasformatore ha, approssimativamente, le dimensioni di un cubo di 5 cm di lato ed una massa pari a 700 g ed opera in aria alla temperatura T_a=40 °C. Se il valore medio del coefficiente di scambio termico, inclusivo di convezione ed irraggiamento, è h=8 W/m^2 K, valutare la temperatura massima di regime del trasformatore e la costante di tempo del sistema.
Valutare inoltre la temperatura del trasformatore dopo che sono passati 10 minuti dall'inizio del suo funzionamento e considerando la temperatura iniziale del trasformatore uguale a quella ambiente.

Si assumano inoltre i seguenti dati: valore medio della conduttività termica del trasformatore k=50 W/m K; valore medio del calore specifico c=450 J/kg K.



SOLUZIONE

$$Bi = \frac{h}{k} \cdot \frac{V}{A} = \frac{8}{50} \cdot \frac{0.05 \cdot 0.05 \cdot 0.05}{6 \cdot 0.05 \cdot 0.05} = 0.16 \cdot 0.0013333 = 0.001333 << 0.1$$

$$T_{max} = T_a + \frac{P}{h \cdot A} = 40 + \frac{5}{8 \cdot 6 \cdot 0.05 \cdot 0.05} = 40 + \frac{5}{0.12} = 40 + 41.666 \cong 81.7$$

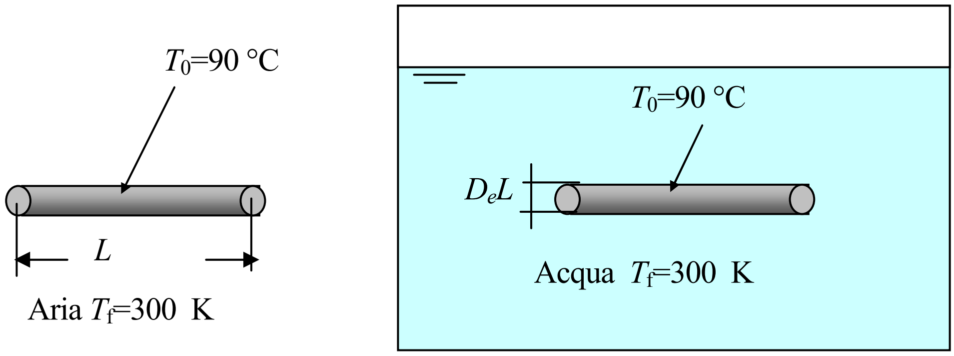
$$\tau_0 = \frac{\rho V \cdot c}{h \cdot A} = \frac{0.7 \cdot 450}{8 \cdot 6 \cdot 0.05 \cdot 0.05} = \frac{315}{0.12} = 2625 \quad s \approx 44'$$

$$T = T_a + \frac{P}{h \cdot A}\left[1 - e^{-\tau^{\bullet}/\tau_0}\right] = 40 + \frac{5}{8 \cdot 6 \cdot 0.05 \cdot 0.05}\left[1 - e^{-\frac{600}{2625}}\right] = 40 + 41.666 \cdot \left[1 - 0.795669\right]$$

$$T = 40 + 8.5138 \cong 48.5 \text{ °}C$$

ESERCIZIO N° 3

Una barretta cilindrica massiccia di acciaio inossidabile avente un diametro D_e=0.5 cm e lunghezza L=20 cm ha la temperatura iniziale T_0=90 °C. La barretta viene refrigerata immergendola, in posizione orizzontale, in un fluido stagnante, con temperatura costante pari a T_f=17 °C. Confrontare le costanti di tempo del transitorio di refrigerazione della barretta nel caso in cui il fluido refrigerante sia aria ovvero acqua, nell'ipotesi di poter adottare, in entrambi i casi, la trattazione semplificata "lumped". Valutare inoltre, nei due casi, il tempo necessario perché la barretta raggiunga la temperatura di 40 °C.



Assumere i seguenti dati, costanti, per l'acciaio inox:

$$\rho = 8230 \quad Kg/m^3; \;\; c = 520 \quad j/Kg\ K; \;\; k = 20 \;\; W/m\ K$$

Assumere per i coefficienti di scambio termico i seguenti valori:

h=11 W/m^2 K nel caso di aria e h=200 W/m^2 K per l'acqua.

SOLUZIONE

$A = \pi D_e L$ =3.1415 0.005 0.20+2 3.14 0.005^2 /4 = 0.0031415+0.00003927= =0.003181 m^2

$V = \pi D_e^2 / 4 \cdot L$ =3.926 10^{-6} m^3

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\tau / \tau_0}; \quad \tau = -\tau_0 \cdot ln \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

Costanti di tempo:

Aria

$$Bi = \frac{hD}{k} = \frac{11 \cdot 0.005}{20} = 0.00275 << 0.1$$

$$\tau_0 = \frac{\rho c V}{h A} = \frac{8230 \cdot 520 \cdot 3.926 \cdot 10^{-6}}{11 \cdot 0.003181} = 480.2 \ s;$$

$$\tau = -480 \cdot ln \frac{40 - 17}{90 - 17} = -480 \cdot ln \ 0.315 = -480 \cdot (-1.15497) = 554.4 \ s$$

Acqua

$$Bi = \frac{hD}{k} = \frac{200 \cdot 0.005}{20} = 0.05 < 0.1$$

$$\tau_0 = \frac{\rho c V}{h A} = \frac{8230 \cdot 520 \cdot 3.926 \cdot 10^{-6}}{200 \cdot 0.003181} = 26.4 \ s;$$

$$\tau = -26.4 \cdot ln \frac{40 - 17}{90 - 17} = -26.4 \cdot ln \ 0.315 = -26.4 \cdot (-1.15497) = 30.5 \ s$$

ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

N°4

SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO

ESERCIZIO N° 1

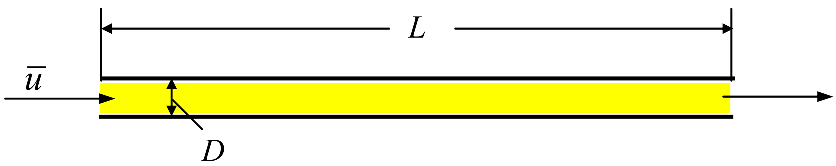
Una tubazione della lunghezza L=2 m e del diametro interno D=2 cm è percorsa da acqua alla velocità media $\overline{u}$ =5 cm/s. Valutare di quanto aumenta il flusso termico scambiato dal tubo all'acqua se si aumenta la velocità media al valore $\overline{u}$ =2 m/s a parità di ogni altra condizione.

Assumere le seguenti correlazioni:

$$N\overline{u} = 1.86 \cdot \left(\frac{Re \cdot Pr}{L/D} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \qquad 200 < Re < 2100 \; ; \quad 0.48 < Pr < 16700$$

$$N\overline{u} = 0.023 \cdot Re^{0.8} \, Pr^{n} \qquad n = 0.4 \; \textit{for heating;} \quad n = 0.3 \; \textit{for cooling}; \quad 10^4 < Re < 10^6$$

Assumere inoltre la temperatura di parete del tubo uniforme e pari a T_w=340 K e la temperatura media dell'acqua pari a T_m= 300 K.



Soluzione

Proprietà termofisiche alla $T_f = 320$ K

$\rho = 989.12$ kg/m^3

$\mu = 577\ 10^{-6}$ N s/m^2 ; $\nu = \dfrac{\mu}{\rho} = 0.5833 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

inoltre alla T_m=300 K μ=0.695 10^{-3} N s/m^2

T_w=340 K μ=0.420 10^{-3} N s/m^2

k=0.64 W/m K

Pr=3.77

c_p=4180 J/kg K

Caso $\bar{u}$ =5 cm/s

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot D}{\nu} = \frac{0.05 \cdot 0.02}{0.5833 \cdot 10^{-6}} = 1714.4$$

$$N\bar{u} = 1.86 \cdot \left(\frac{Re \cdot Pr}{L/D} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} = 1.86 \cdot \left(\frac{1714.4 \cdot 3.77}{2/0.02} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{0.695}{0.420} \right)^{0.14} = 1.86 \cdot 4.013 \cdot 1.073 = 8$$

$$\bar{h} = 8 \cdot \frac{k}{D} = 8 \cdot \frac{0.64}{0.02} = 256 \text{ W/m}^2\text{ K}$$

Caso $\bar{u}$ =2 m/s

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot D}{\nu} = \frac{2.0 \cdot 0.02}{0.5833 \cdot 10^{-6}} = 68575.3$$

n=0.4 for heating

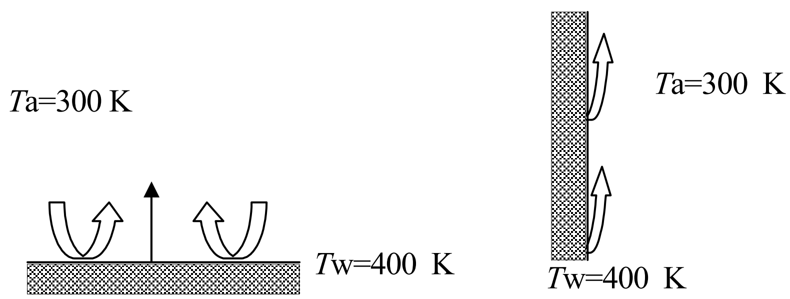
$$N\bar{u} = 0.023 \cdot Re^{0.8}\ Pr^{0.4} = 0.023 \cdot 68575.3^{0.8} \cdot 3.77^{0.4} = 0.023 \cdot 7394.9 \cdot 1.7 = 289.14$$

$$\bar{h} = 289.14 \cdot \frac{k}{D} = 289.14 \cdot \frac{0.64}{0.02} = 9252.5 \text{ W/m}^2\text{ K}$$

$$\frac{q_{u=5cm/s}}{q_{u=2m/s}} = \frac{h_{u=5cm/s}}{h_{u=2\ m/s}} = \frac{256}{9252.5} = 0.028$$

ESERCIZIO N° 2

Confrontare il flusso termico trasmesso per convezione da una lastra quadrata di dimensioni 0.25 m x 0.25 m , posta verticalmente ed orizzontalmente in un grande ambiente in cui è presente aria stagnante alla temperatura T_a=300 K.
La temperatura uniforme della lastra è, in entrambi i casi T_w=400 K .



SOLUZIONE

Alla temperatura media del film T_f=350 K
$Pr = 0.7$

$$Gr = \frac{9.81 \cdot 0.25^3 \cdot (400-300)}{350 \cdot (20.92 \cdot 10^{-6})^2} = 1.0 \cdot 10^8$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = 1.0 \cdot 10^8 \cdot 0.72 = 7.2 \cdot 10^7$$

$$k = 0.03 \quad W / m\,K$$

Vertical laminar: $Nu = 0.54 Ra^{0.25} = 0.54 \cdot (7.2 \cdot 10^7)^{0.25} = 49.74$

$$h = 49.74 \cdot \frac{k}{L} = 5.96 \;\; W / m^2 K$$

$$q = h \cdot A(T_w - T_\infty) = 5.96 \cdot 0.0625 \cdot 100 = 37.25 \;\; W$$

Horizontal turbulent: $Nu = 0.15\, Ra^{1/3}$

▲

$$Nu = 0.15 \cdot (7.2 \cdot 10^7)^{1/3} = 62.36$$

$$h = 62.36 \cdot \frac{k}{L} = 7.48 \;\; W / m^2 K$$

$$q = h \cdot A(T_w - T_\infty) = 7.48 \cdot 0.0625 \cdot 100 = 46.75 \;\; W$$

ESERCIZIO N° 3

Un tubo a serpentina è immerso in un grande recipiente di acqua alla temperatura costante e uniforme di 20 °C. All'interno del tubo fluisce acqua alla temperatura media T_m =52 °C e con una portata massica pari a G_{H2O} = 750 Kg/h.
Le dimensioni interne ed esterne del tubo sono: D_i =2.1 cm , D_e =2.5 cm e la sua lunghezza è L= 10 m. Il tubo è costituito da una lega di rame avente una conduttività termica k=200 W/m K.
Valutare la potenza termica ceduta all'acqua del recipiente nell'ipotesi di considerare il coefficiente di scambio termico convettivo tra la superficie esterna del tubo e l'acqua del recipiente pari a h_e =750 W/m^2 K.
Calcolare inoltre la differenza di temperatura ingresso-uscita dell'acqua che fluisce all'interno del tubo.

SOLUZIONE

Alla T_m =52 °C=325 K le proprietà termofisiche dell'acqua sono:

$$\rho = 987 \ \frac{kg}{m^3}; \ c = 4182 \ \frac{J}{kg \ K}$$

$$\mu = 528 \cdot 10^{-6} \ Pa \cdot s$$

$$k = 0.645 \ \frac{W}{m \ K}$$

Pr=3.42

Calcolo coefficiente di scambio termico interno h_i.

$$Re = \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot D_i \cdot \mu} = \frac{4 \cdot 750}{3600 \cdot 3.14 \cdot 0.021 \cdot 528 \cdot 10^{-6}} = 23935$$

Il regime è completamente turbolento e quindi si può usare la correlazione di Dittus-Boelter

$$Nu = 0.023 \, Re^{0.8} \, Pr^{n} = 0.023 \cdot 23935^{0.8} 3.42^{0.3} = 106$$

n=0.4 for heating e 0.3 for cooling

$$h_i = \frac{k}{D_i} \cdot 106 = \frac{0.645}{0.021} \cdot 106 = 3255 \ \frac{W}{m^2 K}$$

$$U = \frac{1}{\frac{D_e}{D_i \cdot h} + \frac{D_e}{2 \cdot k} \cdot ln \frac{D_e}{D_i} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{0.00036574 + 0.00001087 + 0.0013333} = 584.8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\Delta T_m \equiv 52 - 20 = 32 \ °C$$

$$q = U \cdot A_e \Delta T_m = 584.8 \cdot 0.7854 \cdot 32 = 14698 \ W = 14.7 \ kW$$

$$q = G_{H_2O} \cdot c \cdot \Delta T_{i,o}$$

$$\Delta T_{i,o} = \frac{q}{G_{H_2O} \cdot c} = \frac{14.7 \cdot 10^3}{0.20833 \cdot 4182} = 16.9 \ °C$$

ESERCIZIO N° 4

Un lungo filo nudo di rame è percorso da corrente elettrica ed è refrigerato per convezione naturale in aria stagnante e per irraggiamento. Il filo, disposto orizzontalmente, ha un diametro D= 1.0 mm e la sua temperatura superficiale costante è T_w =127 °C. La temperatura dell'aria è T_{aria} =27 °C ed anche la temperatura delle pareti del locale in cui è situato il filo è T_{amb} =27 °C. Valutare: il coefficiente di scambio termico convettivo e la potenza termica specifica complessivamente dissipata dal filo.
Domanda facoltativa: valutare la temperatura interna sull'asse del filo di rame.

Assumere i seguenti dati:
Emissività del rame. ε=0.8
Per lo scambio termico in convezione naturale utilizzare la correlazione di Morgan:

$$Nu = \frac{h\,D}{k} = C\,Ra_D^n$$

dove i valori dei coefficienti C ed n, in funzione del numero di Rayleigh, sono riportati nella successiva tabella:

Ra_D	C	n
10^{-10} - 10^{-2}	0.675	0.058
10^{-2}-10^{2}	1.02	0.148
10^{2}-10^{4}	0.850	0.188
10^{4}-10^{7}	0.480	0.250

Dove

$$Ra_D = Gr_D\,Pr = \frac{\beta g\,D^3 \Delta T}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{a}$$

Soluzione:

La temperatura media del film è $T_f = \frac{T_w + T_{aria}}{2} = \frac{400+300}{2} = 350\ K$

Per l'aria a 350 K si ha: *k*=0.03 W/m K, *Pr*=0.7,

$$Ra_D = \frac{\frac{1}{350} \cdot 9.81 \cdot (0.001)^3 (400-300)}{\left(20.92 \cdot 10^{-6}\right)^2} \cdot 0.7 = 4.483$$

Dalla tabella si ricava che *C*=1.02 ed *n*=0.148.

$$h = \frac{k}{D} \cdot C Ra_D^n = \frac{0.03}{0.001} \cdot 1.02 \cdot 4.483^{0.148} \approx 38.21\ \frac{W}{m^2 K}$$

$$q'' = h \cdot (400-300) + \varepsilon\sigma\left(400^4 - 300^4\right) = 38.21 \cdot 100 + 0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(400^4 - 300^4\right) =$$
$$= 3821 + 793.8 = 4614.8\ \frac{W}{m^2}$$

ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

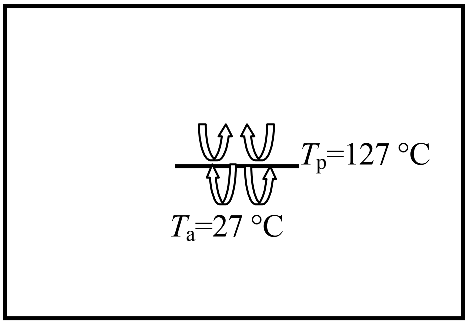
N°5

SCAMBIO TERMICO RADIATIVO

Esercizio N° 1

Una lastra quadrata sottile orizzontale, di dimensioni 0.20 m x 0.20 m, è refrigerata in aria stagnante. La temperatura costante dell'aria è T_a=27 °C ed anche le pareti dell'ambiente circostante si trovano alla stessa temperatura dell'aria mentre la temperatura della piastra è mantenuta al valore T_p =127 °C. Valutare il flusso termico complessivo scambiato tra la piastra e l'ambiente.

Assumere le superfici della piastra grigie, con emissività pari a ε =0.8.



Soluzione

Temperatura media del film T_f=(300+400)/2=350 K
Pr=0.7
ν=20.92 10^{-6} m^2/s

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{350} \quad K^{-1}$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{9.81 \cdot 0.20^3 \cdot 100}{350 \cdot \left(20.92 \cdot 10^{-6}\right)^2} \cdot Pr = 5.12 \cdot 10^7 \cdot 0.7 = 3.584 \cdot 10^7$$

Per lastre orizzontali riscaldate facing up e riscaldate facing down valgono rispettivamente le seguenti correlazioni:

$$Nu = 0.15\, Ra_L^{1/3}\ ;\ 10^7 \le Ra \le 10^{11}$$

$$Nu = 0.27\, Ra_L^{1/4}\ ;\ 10^5 \le Ra \le 10^{10}$$

$$h_{up} = \frac{K}{L} \cdot 0.15 \cdot Ra_L^{1/3} = 0.15 \cdot \frac{0.03}{0.20} \cdot \left(3.584 \cdot 10^7\right)^{0.3333} = 7.4 \ \frac{W}{m^2\ K}$$

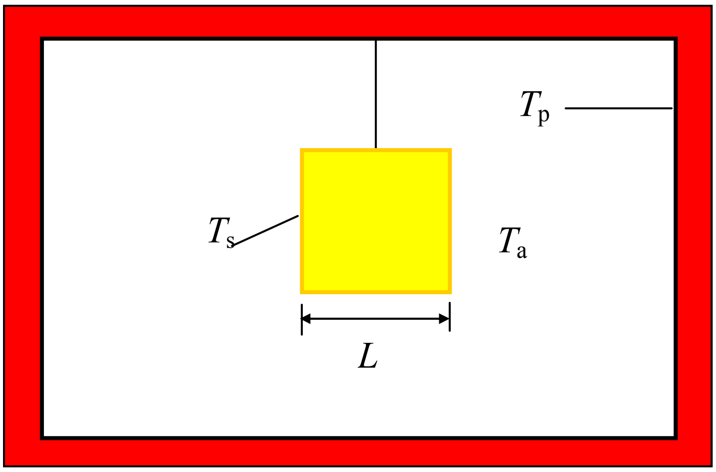
$$h_{down} = \frac{K}{L} 0.27 \cdot Ra_L^{1/3} = 0.27 \cdot \frac{0.03}{0.20} \cdot \left(3.584 \cdot 10^7\right)^{0.25} = 3.1\ \frac{W}{m^2 K}$$

$$q = \left(h_{up} + h_{down}\right) \cdot \left(T_W - T_a\right) A + 2\,\varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T_W^4 - T_p^4\right) \cdot A$$

$$q = (7.4 + 3.1) \cdot 100 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(400^4 - 300^4\right) \cdot 0.2^2 =$$
$$42.12 + 63.5\ W = 105.62\ W$$

Esercizio N° 2

Una lastra sottile metallica è appesa ad un filo in posizione verticale ed è completamente circondata dalle pareti di un forno, riscaldate elettricamente e tutte alla stessa temperatura, come schematizzato in figura. La lastra si trova in condizioni di regime termico stazionario ed ha una temperatura di T_s=90 °C mentre la temperatura media dell'aria contenuta nel forno è pari a T_a=64 °C .
Determinare la temperatura T_p delle pareti del forno.



Si assumano i seguenti dati: lato della lastra (quadrata) L=10 cm;
emissività della lastra, assunta grigia, ε=0.8;

Utilizzare per lo scambio termico in convezione naturale le correlazioni:

$$Nu=0.59\, Ra^{1/4} \quad \text{valida per} \quad Ra<10^9$$

$$Nu=0.10\, Ra^{1/3} \quad \text{valida per} \quad Ra>10^9$$

Soluzione

In condizioni di regime termico stazionario: $q_r - q_c = 0$;

$$q_c = h\,A\left(T_s - T_a\right)$$

$$A = 2 \cdot 0.1m \cdot 0.1\ m = 0.02\ m^2;$$

La temperatura media del film vale

$$T_f = \frac{T_s + T_a}{2} = \frac{90 + 64}{2} = 77\ °C = 350\ K$$

$$Pr = 0.7;\quad \beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{350}\ K^{-1};\ \nu = 20.92 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^2}{s};$$

$$Gr = \frac{9.81 \cdot 0.1^3 \cdot (90 - 64)}{350 \cdot \left(20.92 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 1.665 \cdot 10^6;\quad Pr = 0.7;$$

$$Ra = 1.665 \cdot 10^6 \cdot 0.7 = 1.1655 \cdot 10^6 < 10^9$$

$$h = 0.59 \cdot \frac{k}{L} \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4}$$

$$h = 0.59 \cdot \frac{0.03}{0.1} \cdot \left(1.1655 \cdot 10^6\right)^{1/4} = 5.8\ \ W/m^2K$$

$$q_c = 5.8 \cdot (2 \cdot 0.1 \cdot 0.1) \cdot (90 - 64) = 3\ W$$

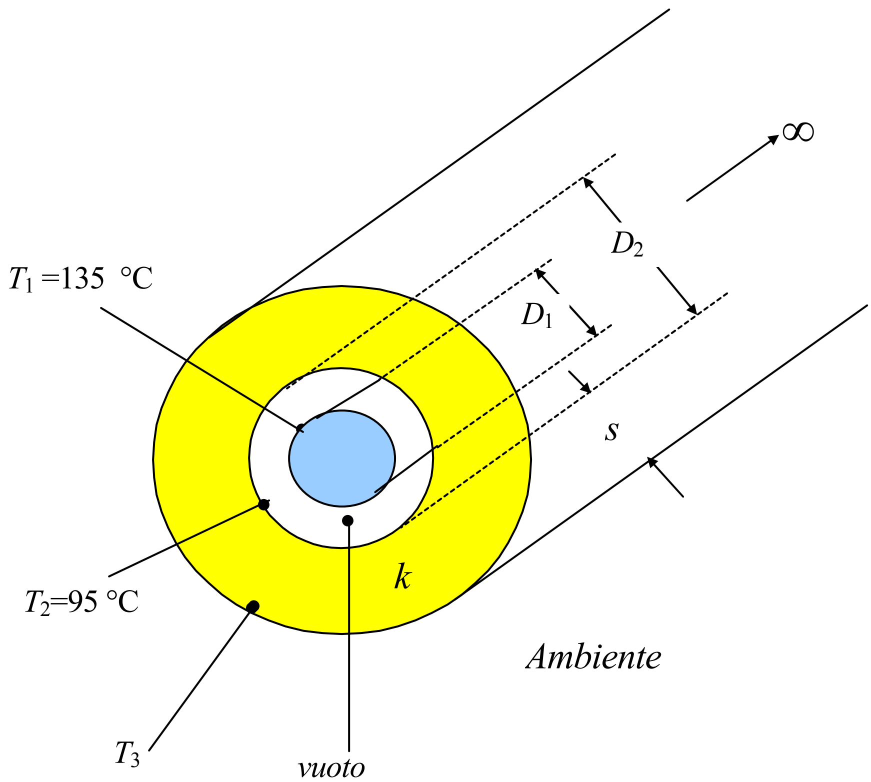
$$|q_r| = |q_c| = \sigma \cdot \varepsilon \cdot A \cdot \left(T_p^4 - T_s^4\right);$$

$$T_p = \left(363.15^4 + \frac{3}{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.8 \cdot 0.02}\right)^{0.25} =$$

$$\left(1.73918 \cdot 10^{10} + 3.33994 \cdot 10^9\right)^{0.25} = 379.45\,K = 106.3\,°C$$

Esercizio N° 3

Valutare il flusso termico specifico (per unità di lunghezza) dissipato nell'ambiente da un sistema composto da un lungo cilindro di diametro D_1=2 cm, contenuto all'interno di un tubo coassiale di diametro interno D_2=3 cm ed avente uno spessore s=3 cm.
Nell'intercapedine tra il cilindro ed il tubo coassiale vi è il vuoto mentre la temperatura superficiale del cilindro è mantenuta ad un valore costante ed uniforme pari a T_1=135 °C e quella interna del tubo, anch'essa costante ed uniforme vale T_2=95 °C.
Si assumano inoltre i seguenti dati:
conduttività termica del materiale di cui è composto il tubo k=0.35 W/mK;
emissività delle due superfici affacciate del cilindro e del tubo coassiale rispettivamente ε_1=0.8 ; ε_2=0.45;
Valutare infine la temperatura T_3 del tubo all'interfaccia con l'aria ambiente.



SOLUZIONE

$$\mathfrak{F}_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{1-2}} + \frac{D_1}{D_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} = \frac{1}{\frac{1}{0.8} - 1 + 1 + + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{0.45} - 1\right)} = \frac{1}{2.06481} = 0.4843$$

$$q = \sigma\, \mathfrak{F}_{1-2} \cdot A_1\left(T_1^4 - T_2^4\right) = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 0.4843 \cdot \pi D_1 \cdot L \cdot \left(408.15^4 - 368.15^4\right)$$

$$q' = \frac{q}{L} = 16.2\ \frac{W}{m}$$

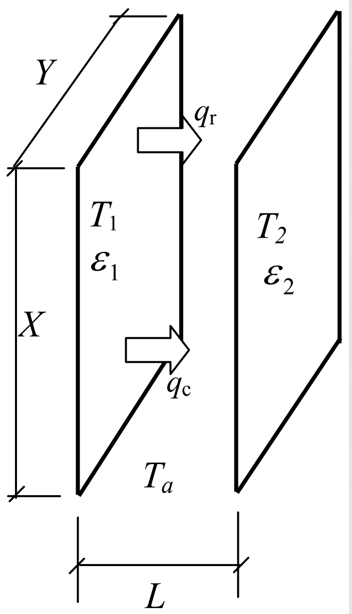
$$q = \frac{T_2 - T_3}{ln\frac{D_3}{D_2} / 2\pi L k};\ T_3 = T_2 - \frac{q}{L} \cdot \frac{ln\frac{D_3}{D_2}}{2\pi k}$$

$$D_3 = D_2 + 2 \cdot s = 0.03 + 2 \cdot 0.03 = 0.09\ m$$

$$T_3 = 95 - 16.19 \cdot \frac{ln\frac{9}{3}}{2\pi \cdot 0.35} = 86.6\ °C$$

Esercizio N° 4

Una lastra piana verticale delle dimensioni X=0.7 m e Y=0.30 m , mantenuta alla temperatura T_1= 134 °C, scambia calore per convezione con aria stagnante alla temperatura T_a= 20 °C e, per irraggiamento, con un'altra piastra verticale di dimensioni identiche, parallela ed allineata alla precedente, posta alla distanza L=0.20 m ed avente una temperatura T_2= 30 °C . Assumendo le due piastre perfettamente diffuse e grigie con emissività rispettivamente ε_1=0.4 e ε_2=0.9 confrontare il flusso termico convettivo q_c scambiato con l'aria dalla prima piastra con quello radiante q_r scambiato tra le due piastre.



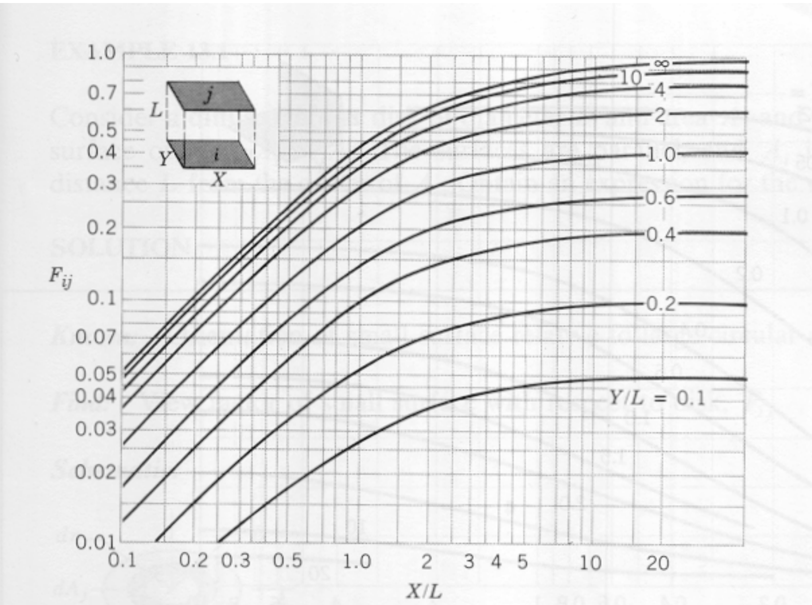


Figure 13.4 View factor for aligned parallel rectangles.

Per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo utilizzare le seguenti correlazioni:

$$Nu = 0.59 \cdot Ra^{1/4} \quad per \quad Ra \leq 10^9$$

$$Nu = 0.10 \cdot Ra^{1/3} \quad per \quad Ra > 10^9$$

SOLUZIONE

Flusso termico radiante

$$\frac{X}{L} = 3.5; \ \frac{Y}{L} = 1.5; \ F_{1-2} = 0.45;$$

Soluzione

$$q_r = \frac{A\ \sigma \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{1}{F_{1-2}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{0.3 \cdot 0.7 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(407.15^4 - 303.15^4\right)}{\frac{1}{0.4} - 1 + \frac{1}{0.45} + \frac{1}{0.9} - 1} = \frac{226.64}{3.8333} = 59.1\ W$$

Proprietà termofisiche dell'aria alla temperatura media del film (T_f=350 K):

$$T_f = \frac{T_1 + T_a}{2} = 77\,°C = 350.15\ \ K; \ \ Pr = 0.7; \ \nu = 20.92 \cdot 10^{-6}\ m^2/s; \ k = 0.03\ \ W/m\,K;$$

$$Gr = \frac{\beta g X^3 \left(T_1 - T_2\right)}{\nu^2} = 2.5 \cdot 10^9; \quad Ra = Gr \cdot Pr = 1.75 \cdot 10^9;$$

Il regime è turbolento:

$$Nu = 0.10 \cdot \left(1.75 \cdot 10^9\right)^{1/3} = 0.10 \cdot 1205 = 120.5; \ h = \frac{Nu \cdot k}{X} = 5.2\ \ W/m^2\ K$$

$$q_c = h \cdot A \cdot \left(T_1 - T_a\right) = 5.2 \cdot 0.7 \cdot 0.3 \cdot 114 = 123.5\ W$$

Risulta quindi $\frac{q_r}{q_c} = \frac{59.1}{123.5} \approx 47.9\%$

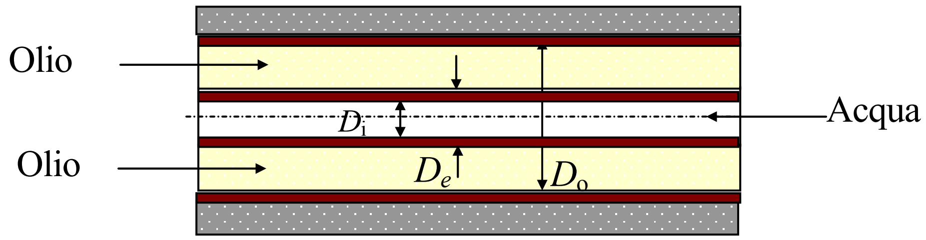
ESERCITAZIONE DI ENERGETICA 1

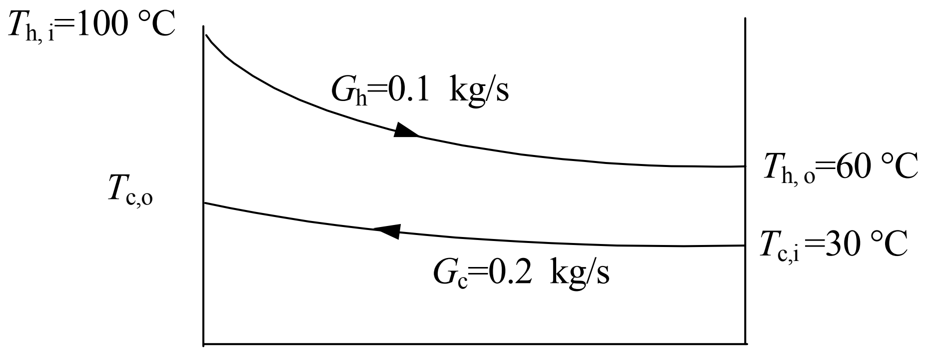
N°6

SCAMBIATORI DI CALORE

Esercizio N° 1

Uno scambiatore di calore a tubi concentrici operante in controcorrente viene usato per refrigerare olio di lubrificazione di un grande impianto di turbina a gas. La portata dell'acqua di raffreddamento che scorre nel tubo interno è 0.2 kg/s (D_i=21 mm, D_e=25 mm, k=100 W/m K), mentre la portata dell'olio che fluisce nello spazio anulare (D_o=45 mm) è 0.1 kg/s. L'olio e l'acqua entrano alla temperatura di 100 °C e 30 °C rispettivamente.
Dimensionare la lunghezza dell tubo se si vuole avere una temperatura in uscita dell'olio pari a 60 °C.





Ipotesi:

- Calore disperso trascurabile
- Variazioni energie cinetiche e potenziali trascurabili
- Proprietà termofisiche costanti
- Scambio termico convettivo completamente sviluppato per l'acqua e l'olio (U indipendente da x).

Proprietà termofisiche:

olio lubrificante alla temperatura media $T_m=(T_{h,i}+T_{h,o})/2=80$ °C=353 K

$c_{p,h}$=2131 J/kg K; μ=3.25 10^{-2} N s/m^2; k=0.138 W/m K;

Acqua alla temperatura media $T_m=(T_{c,i}+T_{c,o})/2=35$ °C=308 K

$c_{p,c}$=4178 J/kg K; μ=725 10^{-6} N s/m^2; k=0.625 W/m K; Pr=4.85

Il carico termico dello scambiatore può essere ottenuto dal bilancio termico per il fluido caldo:

$$q = G_h \cdot c_{p,h} \cdot \left(T_{h.i} - T_{h,o}\right) = 0.1 \cdot 2131 \cdot (100-60) = 8524\ W$$

$$q = G_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(T_{c,o} - T_{c,i}\right);\ \ T_{c,o} = T_{c,i} + \frac{q}{G_c \cdot c_{p,c}}$$

$$T_{c,o} = 30 + \frac{8524}{0.2 \cdot 4178} = 40.2\ \ °C$$

L'uso di una temperatura media per l'acqua pari a 35 °C risulta quindi appropriata.

La lunghezza dello scambiatore di calore può essere ottenuta dalla equazione di scambio:

$$q = U \cdot A_e \cdot \Delta T_{LMTD} = U \cdot \pi\, D_e\, L \cdot \Delta T_{LMTD}$$

dove:

$$\Delta T_{LMTD} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln \frac{(T_{h,i} - T_{c,o})}{(T_{h,o} - Tc,i)}} = \frac{(100-40.2)-(60-30)}{\ln \frac{(100-40.2)}{(60-30)}} = \frac{59.8-30}{\ln \frac{59.8}{30}} = \frac{29.8}{\ln 1.9933} = 43.2\,°C$$

ed il coefficiente globale U è definito:

$$U = \frac{1}{\frac{A_e}{A_i \cdot h_i} + \frac{A_e}{A_i} \cdot R_{f,i} + A_e \cdot \frac{ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi\, k\, L} + R_{f,e} + \frac{1}{h_e}}$$

$$R_{f,i} = 0.0002\ m^2 K/W; \quad R_{f,o} = 0.0009\ m^2 K/W;$$

$D_e = 2.5\ cm;\ D_i = 2.1\ cm;$
$k = 100\ \ W/m\,K$

Per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo interno h_i si può procedere nel modo consueto:

$$Re = \frac{4 \cdot G_c}{\pi\, D_i \mu} = \frac{4 \cdot 0.2}{\pi \cdot 0.021 \cdot 725 \cdot 10^{-6}} = 16726$$

Il regime di moto è completamente turbolento ed il coefficiente h_i può essere calcolato con la correlazione:

$$Nu = 0.023\, Re^{0.8} \cdot Pr^{n} \quad n\text{=0.4 for heating}$$

$$Nu = 0.023 \cdot 16726^{0.8} \cdot 4.85^{0.4} = 103.4$$

$$h_i = Nu \cdot \frac{k}{D_i} = \frac{103 \cdot 0.625}{0.021} = 3065 \frac{W}{m^2 K}$$

Mentre per il flusso di olio attraverso il condotto anulare, il diametro idraulico vale $D_h = D_o - D_e = 0.02\ m$ ed il numero di Reynolds vale

$$Re = \frac{\rho u_m \cdot D_h}{\mu} = \frac{\rho \left(D_o - D_e\right)}{\mu} \cdot \frac{G_h}{\rho \pi \left(D_o^2 - D_e^2\right)/4}$$

$$Re = \frac{4 \cdot G_h}{\pi \cdot \left(D_i + D_o\right) \cdot \mu} = \frac{4 \cdot 0.1}{\pi \cdot \left(0.045 + 0.025\right) \cdot 3.25 \cdot 10^{-2}} = 56$$

Il regime di moto dell'olio all'interno del condotto anulare è laminare.
Assumendo il tubo interno a temperatura imposta uniforme e quello esterno perfettamente isolato, il coefficiente di scambio termico convettivo h_e può essere dedotto dalla Tabella 1.

D_e/D_o	Nu_i	Nu_o	
0		3.66	← Condotto cilindrico
0.05	17.46	4.06	
0.10	1156	4.11	
0.25	7.37	4.23	
0.50	5.74	4.43	
1.00	4.86	4.86	← Pareti piane parallele

Per $\frac{D_e}{D_o} = 0.56$ si ottiene (con una interpolazione):

$$Nu = 5.56$$

$$h_e = 5.56 \cdot \frac{k}{D_h} = 5.56 \cdot \frac{0.138}{0.02} = 38.4\ \frac{W}{m^2 K}$$

$$U = \frac{1}{\frac{1.19}{3065} + 1.19 \cdot 0.0002 + \frac{0.025 \cdot ln 1.19}{100} + 0.0009 + \frac{1}{38.4}};$$

$$U = \frac{1}{0.0003882 + 0.000238 + 0.0000221 + 0.0009 + 0.026} = \frac{1}{0.27548} = 36.3 \ \frac{W}{m^2 \ K}$$

$$q = U \cdot A_e \cdot \Delta T_{LMTD} = U \cdot \pi \, D_e \, L \cdot \Delta T_{LMTD}$$

$$L = \frac{q}{U \cdot \pi \, D_e \cdot \Delta T_{LMTD}} = \frac{8524}{36.3 \cdot 3.14 \cdot 0.025 \cdot 43.2} = 69.25 \ m$$

Commenti:

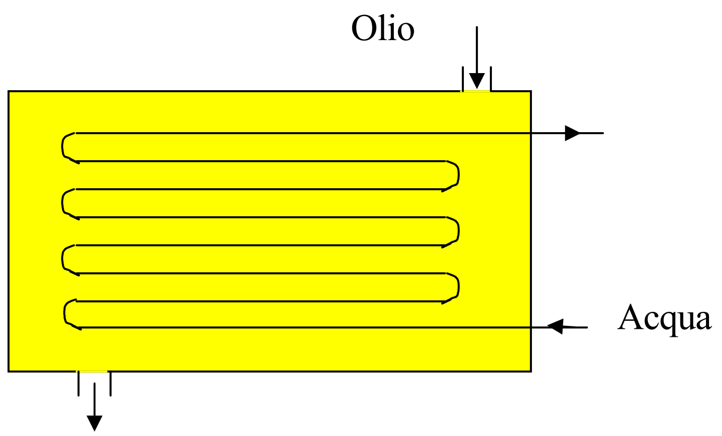
Il coefficiente convettivo lato olio controlla il flusso termico trasmesso tra i due fluidi e il piccolo valore di h_e è responsabile dell'elevato valore di L .
Naturalmente è necessario predisporre un tubo a spirale.
Poiché $h_i >> h_e$, la temperatura di parete seguirà strettamente quella dell'H_2O. Ne consegue che l'ipotesi di assumere una temperatura uniforme di parete, pari a quella dell'acqua per ottenere h_e è ragionevole.

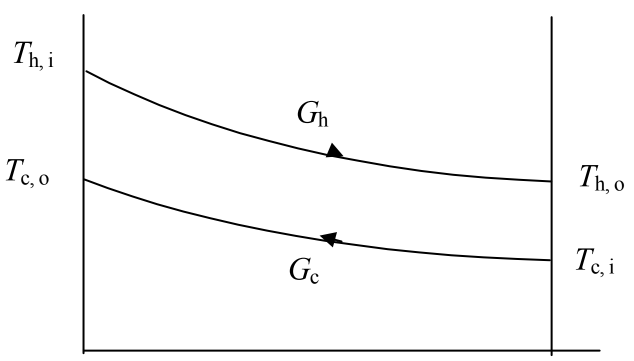
Esercizio N° 2

Uno scambiatore di calore a fascio tubiero e mantello, deve essere progettato per riscaldare una portata di 2.5 kg/s di H_2O da 15 °C a 85 °C. Il riscaldamento è ottenuto facendo passare dal lato mantello olio caldo, disponibile alla temperatura di 160 °C. Si suppone che il coefficiente di scambio termico lato olio sia h_e=400 W/m^2 K.

I tubi all'interno dei quali passa l'acqua sono 10. Ciascun tubo in parete sottile, (diametro interno D_i=25 mm ed esterno D_e=27 mm) percorre 8 passaggi attraverso il mantello.

Se l'olio lascia lo scambiatore a 100 °C, quale deve esserne la portata ? Quanto lunghi devono essere i tubi per ottenere l'effetto desiderato di riscaldamento?





SOLUZIONE

Proprietà termofisiche

Olio

$$T_m = \frac{160+100}{2} = 130\ °C = 283.15\ K$$

$$c_{p,h} = 2350\ \ J/kg\,K$$

ACQUA

$$T_m = \frac{15+85}{2} = 50\ °C = 323.15\ \ K$$

$$c_{p,c} = 4181\ J/kg\,K;\ \ \mu = 548\cdot 10^{-6}\ \ N\,s/m^2;$$

$$k = 0.643\ \ W/m\ K;\ \ Pr = 3.56;$$

Dall'equazione di bilancio termico per il fluido freddo si ha:

$$q = G_c\cdot c_{p\,c}\cdot\left(T_{c,o}-T_{c,i}\right) = 2.5\cdot 4181\cdot(85-15) = 7.317\cdot 10^5\ \ W$$

da cui:

$$G_h = \frac{q}{c_{p,h}\left(T_{h,\,i}-T_{h,\,o}\right)} = \frac{7.317\cdot 10^5}{2350\cdot(160-100)} = 5.19\ \ kg/s$$

La lunghezza del tubo richiesto può essere ottenuta dall'equazione di scambio:

$$q = U\cdot A_e\cdot \Delta T_{LMTD}$$

dove:

$$U = \frac{1}{\dfrac{A_e}{A_i\cdot h_i} + \dfrac{A_e}{A_i}R_{f,i} + R_{f,\,e} + \dfrac{1}{h_e}}$$

I *fouling factors* si assumono $R_{f,\,i} = 0.0002\ \ \dfrac{m^2K}{W};\quad R_{f,\,o} = 0.0009\ \ \dfrac{m^2K}{W};$

Il coefficiente di scambio lato olio vale h_e=400 W/m^{2}K, mentre per il calcolo di h_i si può procedere nel seguente modo.
La portata massica dell'acqua viene ripartita in 10 tubi:

$$G_{c1} = \frac{G_c}{10} = \frac{2.5}{10} = 0.25\ kg/s$$

$$Re = \frac{4 \cdot G_{c1}}{\pi D_i \cdot \mu} = \frac{4 \cdot 0.25}{\pi \cdot 0.025 \cdot 548 \cdot 10^{-6}} = 23234$$

Il flusso è completamente turbolento. Si può utilizzare la correlazione di Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{n} \quad \text{n=0.4 for heating}$$

$$Nu = 0.023 \cdot 23234^{0.8} \cdot 3.56^{0.4} = 119$$

$$h_i = \frac{k}{D_i} \cdot Nu = \frac{0.643}{0.025} \cdot 119 = 3061\ W/m^2K$$

$$U = \frac{1}{\frac{D_e}{D_i\,h_i} + \frac{D_e}{D_i} R_{f,i} + R_{f,e} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{0.027}{0.025 \cdot 3061} + \frac{0.027}{0.025} \cdot 0.0002 + 0.0009 + \frac{1}{400}}$$

$$U = \frac{1}{0.000353 + 0.000216 + 0.0009 + 0.0025} = 252\ \frac{W}{m^2K}$$

$$q = U \cdot A_e \cdot F \cdot \Delta T_{LMTD,cf} = U \cdot \pi\, D_e\, L\ N \cdot F \cdot \Delta T_{LMTD,cf}$$

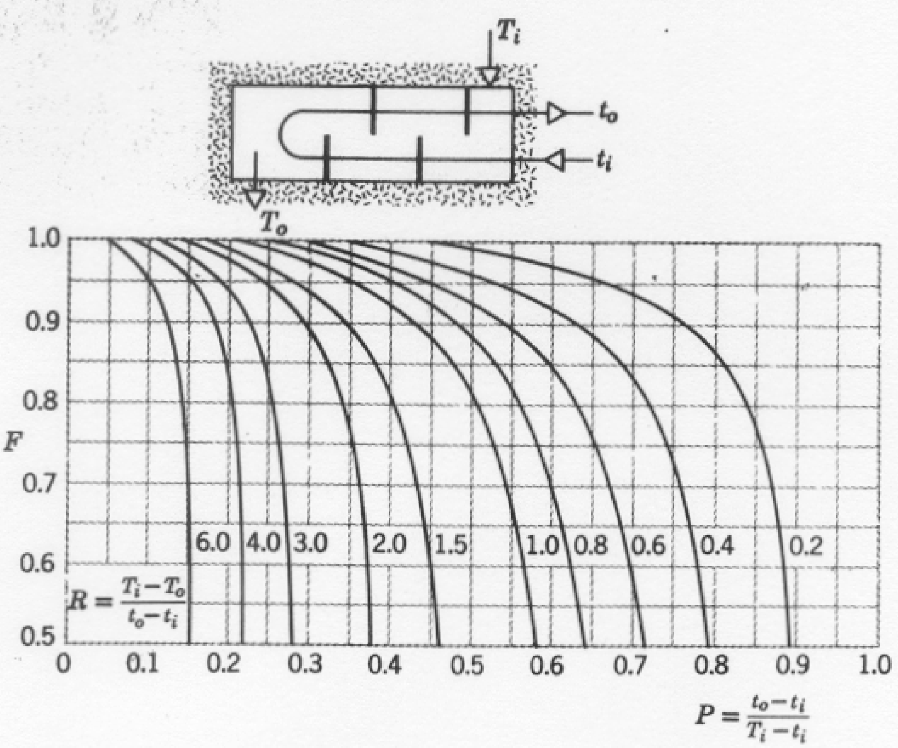


Fig. 1- Fattore di correzione per uno scambiatore di calore a fascio tubiero ad un passaggio lato mantello e per ogni multiplo di due passaggi lato tubi (due, quattro, sei, etc.)

Il fattore correttivo può essere ottenuto dalla Fig. 1

Si ha: $$R = \frac{160-100}{85-15} = 0.86; \quad P = \frac{85-15}{160-15} = 0.48; \quad F \cong 0.87$$

$$\Delta T_{LMTD,cf} = \frac{\left(T_{h,i} - T_{c,o}\right) - \left(T_{h,o} - T_{c,i}\right)}{\ln \frac{\left(T_{h,i} - T_{c,o}\right)}{\left(T_{h,o} - T_{c,i}\right)}} = \frac{75-85}{160-15} = 79.9\ °C$$

$$L = \frac{q}{U \cdot N \cdot \pi D_e \cdot F \cdot \Delta T_{m,cf}} = \frac{7.317 \cdot 10^5}{252 \cdot 10 \cdot \pi\, 0.027 \cdot 0.87 \cdot 79.9} = 49.25\ m$$

Con 8 passaggi la lunghezza del mantello risulta approssimativamente:

$$\frac{L}{8} = \frac{49.25}{8} = 6.15\ m$$

Commenti:

Con una lunghezza dei tubi pari a $\frac{L}{D_i} = \frac{49.25}{0.025} = 1970$ l'ipotesi di convezione completamente sviluppata attraverso il tubo è giustificata.

Qualora si trascurassero le resistenze termiche dovute ai Fouling Factors, si avrebbe:

$$U = \frac{1}{\frac{D_e}{D_i\, h_i} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{0.027}{0.025 \cdot 3061} + \frac{1}{400}} = \frac{1}{0.000353 + 0.0025} = 350.5\ \frac{W}{m^2 K}$$

$$L = \frac{q}{U \cdot N \cdot \pi \cdot D_e \cdot F \cdot \Delta T_{LMTD,\, cf}} = \frac{7.317 \cdot 10^5}{350.5 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 0.027 \cdot 0.87 \cdot 79.9} = 35.4\ m$$

Si avrebbe pertanto una lunghezza dei tubi inferiore del 40 % circa.